



**Universität für Bodenkultur Wien  
University of Natural Resources  
and Applied Life Sciences, Vienna**

Department für Bautechnik und  
Naturgefahren  
Department of Structural Engineering  
and Natural Hazards

# **Entwicklung eines Versuchsstandes für ein aktives Flüssigkeitstilgersystem**

Masterarbeit zur Erlangung  
des akademischen Grades „Diplom-Ingenieur“

Eingereicht von: Georg Gruber  
Studienrichtung: Kulturtechnik und Wasserwirtschaft  
Kennzahl: 431  
Wien: März 2012

Betreuer: Assoc. Prof. Dr. Alfred STRAUSS

Mitbetreuer: O. Univ. Prof. Dipl.-Ing. MSc. Dr.phil. Dr.techn. Konrad BERGMEISTER

Institut für Konstruktiven Ingenieurbau



## Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere, dass ich die Masterarbeit selbständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt und mich auch sonst keiner unerlaubten Hilfe bedient habe und diese Masterarbeit bisher weder im In- und Ausland in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt habe.

---

Datum

---

Unterschrift

## Kurzzusammenfassung:

Diese Masterarbeit beschreibt die Entwicklung der mechanischen Komponenten und die Konstruktion eines Versuchsstandes für ein aktives Flüssigkeitstilgersystem, mit welchem es möglich ist, eine erzwungene Schwingung zu dämpfen. Der Versuchsstand simuliert einen Sessellift bzw. eine Seilbahn im realen Größenvergleich. Raue Witterungsverhältnisse, wie Sturmböen und starker Wind, werden durch die Anregung eines Korbes mit einem elektromagnetischen Linearmotor nachgebildet. Im Rahmen dieser Produktentwicklung werden verschiedene Variantenstudien in Abstimmung mit dem angebauten Flüssigkeitstilger für die Forschungsfirma Red Bernard entwickelt. Nach einer Analyse und Bewertung der Variantenstudien wird die den Kriterien entsprechende Variante gewählt und detailliert ausgearbeitet.

Das Ergebnis dieser Arbeit sind die Berechnungen, die Entwürfe, die Modellierung, die Detailzeichnungen zur Fertigung der Anlage, der Zusammenbau, die Inbetriebnahme, der Versuchsaufbau und einige selbst durchgeführte Versuche.

### Schlagworte:

Aktives Flüssigkeitstilgersystem  
erzwungene Schwingung  
Mechanische Konstruktion  
Variantenstudien

## Abstract:

This thesis describes the development of the mechanical components and the construction of an experimental rig for an active fluid-damping-system, which is able to damp a forced oscillation. The experimental rig simulates a chairlift as well as an aerial railway in a real dimension. Rough weather conditions like a storm and strong wind are simulated through the excitation of a cage by an electromagnetic linear motor.

There are different conceptual designs being used to consider the adjustment with the attached fluid-damper for the research-company Red Bernard. After the analysis



and the benchmark tests about the conceptual designs, the best design is selected and elaborated in detail.

The results of this work are the analysis, the modelling, the concept- and engineering drawings of the experimental rig, the assembly, the initial operation, the experimental setup and some test procedures.

Keywords:

active fluid-damping-system

forced oscillation

mechanical engineering

conceptual designs

# Inhaltsverzeichnis:

<b>1</b>	<b>Vorwort und Danksagung .....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Einleitung .....</b>	<b>3</b>
2.1	Beschreibung der Ausgangssituation .....	3
2.2	Motivation und Projektzielsetzung .....	3
2.3	Konkrete Aufgabenstellung .....	5
<b>3</b>	<b>Theorie .....</b>	<b>7</b>
3.1	Einführung in die Schwingungslehre .....	7
3.1.1	Problemstellung .....	7
3.1.2	Gliederung der Schwingungen .....	8
3.1.3	Schwingungsfähige Systeme .....	11
3.2	Einmassenschwinger .....	12
3.2.1	Eigenschwingung des ungedämpften Einmassenschwingers .....	14
3.2.2	Eigenschwingung des gedämpften Einmassenschwingers .....	16
3.2.3	Harmonische Anregung des ungedämpften Einmassenschwingers ...	19
3.3	Zweimassenschwinger (ungedämpftes System) .....	22
3.4	Der Mehrmassenschwinger .....	25
3.4.1	Eigenschwingungen des ungedämpften Mehrmassenschwingers .....	28
3.4.2	Erzwungene Schwingungen des gedämpften Mehrmassenschwingers .....	30
3.4.3	Fußpunkterregung .....	32
3.5	Berechnung der Frequenz des physikalischen Pendels .....	40
<b>4</b>	<b>Konstruktion des Versuchsstandes .....</b>	<b>47</b>
4.1	Erste Variantenstudie .....	47
4.2	Zweite Variantenstudie .....	54
4.3	Dritte Variantenstudie .....	58
4.4	Variantenanalyse und Variantenbewertung .....	62
<b>5</b>	<b>Detailplanung der gewählten Variante .....</b>	<b>67</b>
5.1	3-D Konstruktion .....	67
5.2	Grundlegende Berechnung der Bauteile und Maschinenelemente .....	68
5.2.1	Berechnung der Durchbiegung des Rundstahles .....	68
5.2.2	Berechnung der Biegespannung .....	70
5.2.3	Berechnung der Druckspannung der Stützen .....	72

5.2.4	Berechnung der Zugspannung auf die Rundrohre des Pendels .....	78
5.2.5	Lagerberechnung .....	81
5.2.6	Berechnung (Nachweis) des Bolzens .....	85
5.3	Numerische Nachrechnung .....	92
5.4	Zusammenstellungszeichnung .....	94
5.5	Werkstättenzeichnungen .....	96
5.5.1	Formrohrbasis .....	98
5.6	Stückliste .....	99
5.7	Massenermittlung: Berechnung Verhältnis ruhende zu bewegter Masse.	101
5.8	Verhältnis der Masse der Flüssigkeit zur schwingenden Masse .....	102
<b>6</b>	<b>Montage und Inbetriebnahme des Versuchsstandes .....</b>	<b>103</b>
6.1	Aufstellen des Versuchsstandes .....	103
6.2	Versuchsaufbauten .....	108
6.3	Konstruktion der Pendelaussteifung .....	111
6.3.1	Zusammenstellungszeichnung der Pendelaussteifung .....	113
6.3.2	Werkstättenzeichnung des Befestigungswinkels .....	114
6.4	Versuchsdurchführung und Versuchsauswertung .....	115
6.4.1	Vorarbeiten .....	115
6.4.2	Inbetriebnahme .....	115
6.4.3	Freischwingversuch, Versuchsreihe – 4m .....	116
6.4.4	Anregung mit dem Linearmotor, Flüssigkeitstilger ohne Befüllung, Versuchsreihe – 4m .....	116
6.4.5	Anregung mit dem Linearmotor, Flüssigkeitstilger mit Befüllung, Versuchsreihe – 4m .....	117
6.4.6	Ermittlung der Differenz des Massenschwerpunktes der Flüssigkeit zum Massenschwerpunkt des Korbes .....	120
6.4.7	Luftkammern .....	123
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>124</b>
<b>8</b>	<b>Verzeichnisse .....</b>	<b>126</b>
8.1	Literaturverzeichnis .....	126
8.2	Tabellenverzeichnis .....	127
8.3	Abbildungsverzeichnis .....	128
<b>9</b>	<b>Anhang .....</b>	<b>132</b>
9.1	Datenblätter der verwendeten Maschinenelemente .....	132



9.2	Werkstättenzeichnungen.....	133
9.2.1	Formrohrverbindung.....	133
9.2.2	Stütze .....	134
9.2.3	Stütze rechts .....	135
9.2.4	Abstützung .....	136
9.2.5	Zusatzabstrebung .....	137
9.2.6	Rundstahl inklusive Lasche.....	138
9.2.7	Scheibe d = 62 mm .....	139
9.2.8	Rundstahl inklusive Lasche und Abhängung .....	140
9.2.9	Bolzen d = 30 mm .....	141
9.2.10	Rundstahl - Lager.....	142
9.2.11	Lageradapter.....	143
9.2.12	Wellenbefestigung.....	144
9.2.13	Blechabdeckung.....	145
<b>10</b>	<b>Lebenslauf .....</b>	<b>146</b>



# 1 Vorwort und Danksagung

Am Zustandekommen dieser Arbeit waren viele Menschen direkt und indirekt beteiligt, denen ich an dieser Stelle ganz herzlich danken möchte.

Beginnen möchte ich dabei mit Herrn Assoc. Prof. Dr. Alfred Strauss, der sich dazu bereit erklärt hat, die Betreuung während der Ausarbeitung zu übernehmen und der mir durch Anregungen und Hilfestellungen die Ausarbeitung des Themas erleichtert hat.

Ein weiterer Dank gilt dem Institutsleiter, Herrn O. Univ. Prof. Dipl.-Ing. MSc. Dr. phil. Dr. techn. Konrad Bergmeister, für die Möglichkeit, diese Arbeit am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau umzusetzen sowie für die Mitbetreuung und wissenschaftliche Begleitung der Arbeit.

Weiters bedanke ich mich beim Geschäftsführer der Forschungsfirma „RedBernard“ – und hier insbesondere bei Herrn Dipl.-Ing. Dr. techn. Michael Reiterer - für die Möglichkeit dieses Forschungsthema auszuarbeiten. Die gute Zusammenarbeit mit den Mitarbeitern der Forschungsfirma hat eine große Hilfe dargestellt.

Ein herzliches Dankeschön ist allen Mitarbeitern des Institutes für Konstruktiven Ingenieurbau auszusprechen, die mich freundlich aufnahmen und unterstützten. Ganz besonders möchte ich mich bei Herrn Ing. Jürgen Schobert und Herrn Ing. Duro Petricevic bedanken, welche verschiedene zusätzliche Aufbauten und Ergänzungen an der Versuchsanlage durchgeführt haben.

In meiner Studienzeit waren viele Gruppenarbeiten und Prüfungen zu absolvieren. Ich möchte mich bei meinen Studienkollegen und gleichzeitig guten Freunden, Oliver Zeman und Rafael Putz für die gute Zusammenarbeit und die gegenseitige Unterstützung bei den Arbeiten und beim gemeinsamen Lernen bedanken.





Der größte Dank gilt meinen Eltern und meiner Familie, die mich in meinem Studium stets unterstützt haben. Ich möchte mich speziell für die entgegengebrachte Rücksicht sowie das Verständnis für die vielen Stunden, die ich meinem Studium und nicht meiner Familie gewidmet habe, bedanken.

## 2 Einleitung

### 2.1 Beschreibung der Ausgangssituation

Für international tätige und renommierte Firmen ist der Wettbewerbsvorteil durch Forschung und ständiger Weiterentwicklung der Produkte in unserer schnelllebigen Zeit unerlässlich. So auch im Sektor für Bauwerke, welche während ihrer Nutzungsdauer in unterschiedlichster Weise dynamisch beansprucht werden. Die dafür verantwortlichen dynamischen Anregungen können von Naturphänomenen wie Wind und Erdbeben, aber auch von Fußgängern, Fahrzeugen und Maschinen herrühren. Die Forschungsfirma Red Bernard hat es sich zur Aufgabe gemacht, speziell im Sektor des Sesselliftbaues bzw. des Seilbahnbaues die Vorreiterrolle zu übernehmen und adaptive Flüssigkeitstilger in die dynamisch beanspruchten Bauteile (Sessel, Gondel) zu integrieren.

Bei rauen Witterungsverhältnissen, wie Sturmböen und starkem Wind, beginnen die Sessellifte bzw. die Seilbahngondeln ungewollt zu schwingen. Überschreitet der Ausschlag ein bestimmtes Maß, so muss der Liftbetreiber die Anlage ausschalten, um die Sicherheit der Liftbenutzer zu gewährleisten. Mit dem neu zu entwickelndem adaptiven Flüssigkeitstilgersystem soll der Kunde, also der Wanderer bzw. Skitourist, diese technischen Modifikationen nicht bewusst wahrnehmen, jedoch den Nutzen durch einen ruhigen, sicheren, trägen und somit angenehmen Betriebsablauf daraus ziehen. Natürlich gibt es auch einen großen Vorteil für den Betreiber der Anlagen. Die Anlage wird durch ein Dämpfungssystem sicherer und die Stehzeit des Liftes, ausgelöst durch die oben genannten, ein bestimmtes Maß überschreitenden Schwingungen, wird verkürzt. Daraus ergeben sich wirtschaftliche Vorteile für den Betreiber der Anlage, da die Stehzeit des Liftes mit erheblichen finanziellen Einbußen verbunden ist.

### 2.2 Motivation und Projektzielsetzung

Bislang gibt es in diesem speziellen Anwendungsgebiet technisch keine Möglichkeit die Schwingungen eines Sesselliftes beziehungsweise einer Seilbahngondel während des Betriebes gezielt zu dämpfen. Im Zuge der vorliegenden Arbeit soll ein Versuchsstand entwickelt werden, mit welchem verschiedene Schwingversuche

sowohl mit einem passiven als auch mit einem aktiven Flüssigkeitstilger durchgeführt werden können. Der Vorteil des aktiven Flüssigkeitstilgers besteht darin, dass durch das Zuschalten bzw. Wegschalten von Luftkammern mit einem definierten Flüssigkeitsstand auf unterschiedliche Erregerfrequenzen eingegangen werden kann. Insofern ergibt sich ein gewisser Neuheitswert, da es bislang keine Liftanlagen am Markt gibt, welche ein aktives Flüssigkeitstilgersystem integriert haben. Bei Ausreifung der neu entwickelten Technologie und Implementierung in praktische Seilbahnanlagen ergeben sich große Wettbewerbsvorteile für den Hersteller.

In dieser Masterarbeit wird speziell auf die Entwicklung des hierfür erforderlichen Versuchsstandes und der entsprechenden mechanischen Komponenten eingegangen. Der Versuchsstand soll die realen Größenverhältnisse in den in der Praxis zur Anwendung kommenden Dimensionen simulieren um repräsentative Ergebnisse zu erhalten.

Zur Realisierung dieses Zieles sollen im Zuge der Arbeit zielgerichtet unterstützende Methoden eines dreidimensionalen Zeichenprogrammes und numerische Berechnungen der Baustatik eingesetzt werden. Die Analyse von verschiedenen in Betracht zu ziehenden Varianten bringt den Vorteil, bewusst auf die zu erfüllenden Kriterien einzugehen, diese zu bewerten und die kostengünstigste, einfachste aber natürlich auch den Anforderungen entsprechende Variante zu wählen. Das Anfertigen von Werkstättenzeichnungen und die Begleitung beim Aufstellen und bei der Inbetriebnahme der Anlage sind weitere Ziele dieser Arbeit.

Die vorliegende Arbeit hat nicht das Ziel, die erforderliche Steuerung sowie die dazugehörige Steuerungssoftware zu entwickeln und zu implementieren. Die komplette Durchführung des festgelegten Testplanes ATLCD übernimmt mein Kollege Janez Schellander im Zuge einer auf dieser Arbeit aufbauenden weiterführenden Masterarbeit.

Bei einer erfolgreichen Umsetzung und positiven Versuchsergebnissen könnte die Forschungsfirma Red Bernard den nächsten Schritt gehen und das funktionierende System konkret in die Geometrie von Sesselliften beziehungsweise Seilbahngondeln integrieren. Dadurch wäre ein wesentlicher Wettbewerbsvorsprung gegenüber den Mitbewerbern gegeben.

## 2.3 Konkrete Aufgabenstellung

Die Aufgabe besteht darin, einen Versuchsstand zu entwickeln und zu bauen, damit verschiedene Schwingversuche sowohl mit einem passiven als auch mit einem aktiven Flüssigkeitstilger unter realen Größenverhältnissen durchgeführt werden können.

Die Forschungsfirma Red Bernard wurde von der Firma Doppelmayer beauftragt, einen Versuchsstand zu entwickeln um verschiedene Schwingversuche durchführen zu können. Es soll ein Versuchsstand entwickelt werden, der nahe an die Realität des Systems „Seilbahnanlage“ herankommt. Die Anlage ist so zu konstruieren, dass ein Frequenzbereich von 0,25 Hz bis 0,50 Hz abgedeckt wird. Das Pendel muss in der vertikalen Richtung verschiebbar sein. Die schwingende Masse ist mit 350 kg als Untergrenze festgelegt. Das Pendel soll  $\pm 30^\circ$  ausgelenkt werden können.

Die ursprünglichen Angaben vom Oktober 2010, mit welchen auch der 1. Entwurf beziehungsweise die 1. Variante entwickelt wurden, waren ein Auslenkwinkel von  $\pm 10^\circ$  und eine maximal zu bewegendende Masse von 30 kg. Die Anregung des Systems sollte mit einem linearen Aktuator der Type BEI Kimco Magnetics Division San Marcos, CA 92069 (LA30-48-000A) mit einem Hub von  $\pm 12,7$  mm erfolgen. Die Bauhöhe war mit 3700 mm beschränkt. (Aufstellungsort war das Labor im Schwackhöferhaus, Wien.)

Durch die laufend neuen Rahmenbedingungen konnten allerdings verschiedene Varianten entwickelt und durchgeplant werden. Aus diesen Varianten wurde aufgrund einer Variantenanalyse diejenige gewählt, welche die letztendlich gestellten Anforderungen einfach und kostengünstig abdeckt. Die Anregung des Systems sollte mit einem Linearmotor erfolgen, welcher elektromagnetisch angesteuert wird. Die Lagerung des Pendels war möglichst reibungsfrei auszuführen, um den Einfluss der Lagerreibung so gering wie möglich zu halten. Die Konstruktion sollte möglichst einfach und robust gestaltet und modular aufgebaut sein.

Die Firma Red Bernard baute die Rohrapparatur und die Sensorik auf.

Die Auswertung der verschiedenen Experimente mit einem aktiven Flüssigkeitstilgersystem zur Reduktion von Strukturschwingungen wird als

---

weiterführende eigene Masterarbeit von meinem Kollegen, Herrn Janez Schellander, abgedeckt.

## 3 Theorie

### 3.1 Einführung in die Schwingungslehre

Um mit der Entwicklung des Versuchsstandes beginnen zu können, sind theoretische Grundlagen der Schwingungslehre erforderlich. Das ist notwendig, um die erforderliche Höhe des Versuchsstandes herauszufinden, damit der geforderte Frequenzbereich abgedeckt werden kann. Weiters ist es wichtig zu wissen, welche verschiedenen Arten von Schwingungssystemen und welche Schwingungsarten auftreten können.

Schwingungen sind im alltäglichen Leben allgegenwärtig. Beispiele dafür sind die Musik im Radio, das Metronom beim Musizieren oder die Kinderschaukel im Garten. Die Schwingungen bzw. das Prinzip der Schwingungslehre spielen in vielen Fachgebieten der Technik eine wesentliche Rolle. Es soll daher im Folgenden eine Einführung in die Schwingungslehre mechanischer Systeme gegeben werden. Die folgenden Ausführungen zur Theorie der Schwingungslehre stammen von Flesch (2009) und von Hauger et al. (1999).

#### 3.1.1 Problemstellung

Die Schwingungslehre befasst sich mit den Bewegungen schwingungsfähiger Systeme. Hierbei gibt es zwei wesentliche Aufgaben (Flesch, 2009):

- 1) Untersuchung der Ursachen von Schwingungen, Beschreibung des Kräftespieles, das die Bewegungsvorgänge verursacht. Als Fachbegriff „Kinetik“ wird diese Vorgangsweise bezeichnet.
- 2) Die Beschreibung der Bewegungen in Raum und Zeit, die als Fachbegriff „Kinematik“ bezeichnet wird.

Die Definition „Schwingung“ bezeichnet die zeitliche Veränderung einer Schwingungskenngröße. Somit beschreibt eine Schwingung die Bewegung oder Position eines mechanischen Systems.

Die periodische Wiederholung des Verlaufes einer Größe  $x(t)$  nach einer Zeit  $T$  (Hauger et al., 1999) ist wie folgt darstellbar (siehe Abbildung 1):

$$x(t+T) = x(t)$$

(3.1)

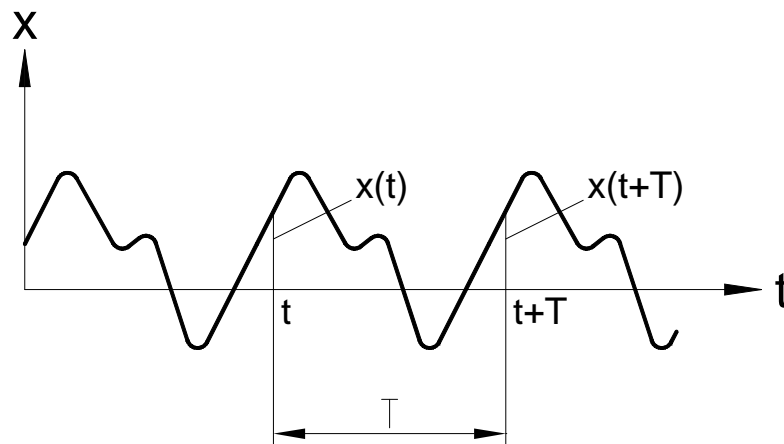


Abbildung 1: Darstellung einer periodischen Schwingung (nach Hauger et al., 1999)

Diese Schwingungsformen werden als periodische Schwingungen bezeichnet. Die Größe  $T$  ist die Periodendauer oder Schwingungsdauer. Der reziproke Wert der Schwingungsdauer

$$f = \frac{1}{T}$$

(3.2)

wird als Frequenz bezeichnet. Die Frequenz  $f$  zeigt die Anzahl der Schwingungen von einem Körper innerhalb einer definierten Zeiteinheit von zum Beispiel einer Sekunde an (Hauger et al., 1999).

Die SI-Einheit für die Frequenz ist das Hertz mit dem Einheitenzeichen Hz ( $1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$ ). Die Benennung der Einheit Hertz 1935 erfolgte nach Hauger et al. (1999) nach dem deutschen Physiker Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894).

### 3.1.2 Gliederung der Schwingungen

Nach Flesch (2009) wird in der Schwingungslehre grundsätzlich zwischen deterministischen Schwingungen und Zufallsschwingungen (Random-Schwingungen) unterschieden. Die übliche, „klassische“ Schwingung ist eine deterministische Schwingung, bei der sich der Schwingungsvektor für einen bestimmten künftigen Zeitpunkt bei Kenntnis des vergangenen Schwingungszeitverlaufes vorhersagen

lässt. Bei den Zufallsschwingungen besteht nur die Möglichkeit, statistische Aussagen zu treffen.

Folgende Schwingungen werden als deterministisch bezeichnet (Flesch, 2009):

- Harmonische Schwingungen

Die harmonischen Schwingungen  $x(t)$ , welche ein wichtiger Sonderfall der periodischen Schwingungen sind, können wie folgt dargestellt werden.

$$u = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta) \quad (3.3)$$

mit

$u$  = zeitabhängige Amplitude der harmonischen Schwingung

$A$  = Maximum der Amplitude

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$  = Kreisfrequenz

$f$  = Frequenz der Schwingung in Hz

$t$  = Zeit (als unabhängige Variable)

$\theta$  = Phasenwinkel

Auf Grund der Beziehung

$$\omega \cdot T = 2 \cdot \pi \quad (3.4)$$

und

$$f = \frac{1}{T} \quad (3.5)$$

ergibt sich zwischen der Kreisfrequenz  $\omega$  und der Frequenz  $f$  folgender Zusammenhang (Hauger et al., 1999):

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 2 \cdot \pi \cdot f \quad (3.6)$$



In der Abbildung 2 wird eine harmonische Schwingung dargestellt. Die Kurve beschreibt einen Punkt, der sich mit der Kreisfrequenz  $\omega$  auf einer Kreisbahn bewegt. Wird die Position  $x$  des Punktes über die Zeitachse aufgetragen, so ergibt sich der klassische Verlauf einer harmonischen Schwingung.

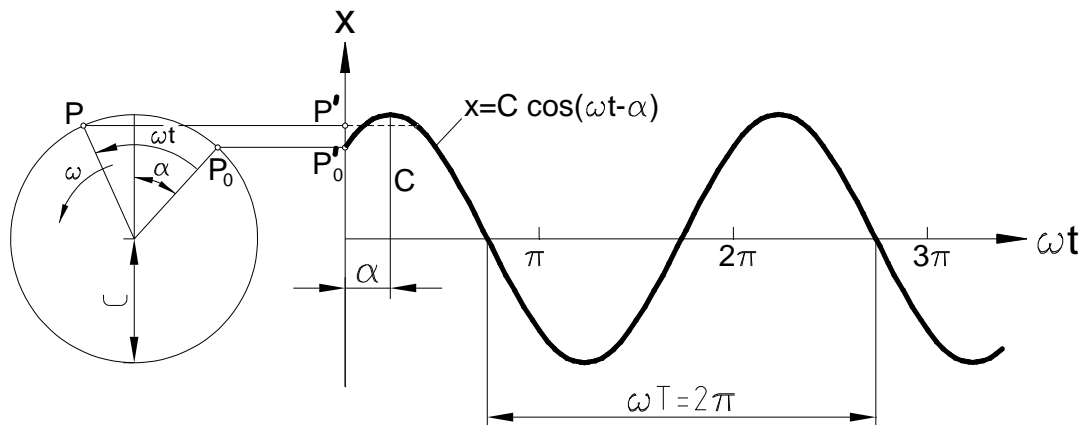


Abbildung 2: Darstellung einer harmonischen Schwingung (nach Hauger et al., 1999)

- Quasi-harmonische Schwingungen

Diese Schwingungen sind im Allgemeinen sinusförmig, die Frequenz und/oder die Amplitude  $A$  sind mit der Zeit einer geringen Veränderung unterworfen. (Flesch, 2009)

- Periodische Schwingungen

Periodische Schwingungen sind durch sich wiederholende Schwingungsvektoren nach konstanten Zeitintervallen charakterisiert (Flesch, 2009). In mathematischer Schreibweise lassen sich diese Schwingungsformen folgend darstellen:

$$u = f(t) = f(t + n \cdot \tau) \quad (3.7)$$

mit

$n$  = ganze Zahl

$\tau$  = Konstante

$t$  = Zeit.

Eine periodische Schwingung ist stets als Summe mehrerer Sinusschwingungen darstellbar. Hierbei sind die einzelnen Frequenzen ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz (Fourierdarstellung). Diese Schwingungen werden als komplexe Schwingungen bezeichnet.

- Quasi-periodische Schwingungen

Diese weichen nur geringfügig von einem ideal-periodischen Verhalten ab.

Die oben erwähnten Zufallsschwingungen können unterschieden werden in:

- stationäre Zufallsschwingungen und
- nichtstationäre Zufallsschwingungen.

Die Schwingungsmagnitude kann bei Zufallsschwingungen für einen bestimmten Zeitpunkt nicht exakt vorausgesagt werden. Mittels einer Wahrscheinlichkeitsverteilung kann lediglich angegeben werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine bestimmte Schwingungsamplitude zu erwarten ist.

Um Zufallsschwingungen beschreiben zu können, wird der Mittelwert der Schwingungen und die Autokorrelationsfunktion herangezogen. Man spricht von einer stationären Zufallsschwingung, falls diese Werte zeitlich gleich bleiben. Ändern sich jedoch die statistischen Werte, so liegt eine instationäre Zufallsschwingung vor (Flesch, 2009).

### **3.1.3 Schwingungsfähige Systeme**

Das Schwingungsverhalten mechanischer Systeme wird durch folgende physikalische Eigenschaften geprägt (Flesch, 2009):

- Masse
- Steifigkeit
- Dämpfungsverhalten

Als Zahl der dynamischen Freiheitsgrade wird die Gesamtzahl der möglichen Verschiebungen und Verdrehungen bezeichnet. Ein starrer Körper hat im Raum maximal 6 Freiheitsgrade (3 Translations- und 3 Rotationsfreiheitsgrade).

### 3.2 Einmassenschwinger

Das einfachste schwingungsfähige System besteht aus einer Masse  $m$ , einer Feder mit der Federsteifigkeit  $k$  und einem Dämpfungselement mit dem Dämpfungskoeffizienten  $c$  (siehe Abbildung 3). Die Bezeichnung für derartige Systeme mit einem Freiheitsgrad nennt man häufig „single degree of freedom“-System – SDOF (Flesch, 2009).

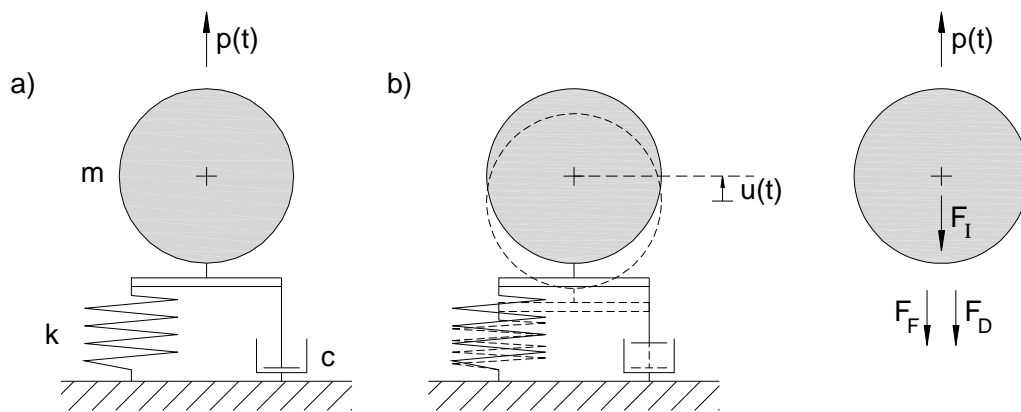


Abbildung 3: Einmassenschwinger (nach Flesch, 2009)

In der Abbildung 3a ist das schwingungsfähige System in der Ruhelage dargestellt. Wird das System angeregt, so bewegt sich die Masse  $m$  periodisch auf und ab (siehe Abbildung 3b).

Eine zeitvariable Beanspruchung  $p(t)$  verursacht die Bewegung der Masse  $m$ . Die Bewegung ist durch eine gewöhnliche Differentialgleichung, die durch die an der Masse  $m$  angreifenden Kräfte bestimmt wird, beschreibbar. Die Abbildung 3 zeigt durch Freischneiden der Masse die an der Masse  $m$  angreifenden Kräfte:

- die äußere (zeitlich variierende) Last  $p(t)$ ,
- die Trägheitskraft  $F_I$ ,
- die Dämpfungskraft  $F_D$
- und die Federkraft  $F_F$ .

Die dynamische Gleichgewichtsbedingung ergibt sich zu (Flesch, 2009):

$$F_I + F_D + F_F - p(t) = 0 \quad (3.8)$$

Durch Umformen der Gleichung erhält man:

$$F_I + F_D + F_F = p(t). \quad (3.9)$$

Die Kräfte können durch folgende bewegungsrelevante Größen beschrieben werden:

Trägheitskraft

$$F_I = m \cdot \ddot{u} \quad (3.10)$$

Dämpfungskraft

$$F_D = c \cdot \dot{u} \quad (3.11)$$

Federkraft

$$F_F = k \cdot u \quad (3.12)$$

Durch Einsetzen der Größen in Gl. (3.9) ergibt sich die bekannte Bewegungsdifferentialgleichung des Einmassenschwingers

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = p(t) \quad (3.13)$$

Die Lösung der homogenen Differentialgleichung

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = 0 \quad (3.14)$$

unter Zuhilfenahme des Ansatzes

$$u(t) = G \cdot e^{st} \quad (3.15)$$

und nach dem Einsetzen in Gl. (3.14) liefert das charakteristische Polynom:

$$m \cdot s^2 + c \cdot s + k = 0 \quad (3.16)$$

Nach Division durch m und mit  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$  erhält man den homogenen Lösungsansatz

$$s^2 + \frac{c}{m} \cdot s + \omega_0^2 = 0 \quad (3.17)$$

Die Lösung der Gl. (3.17) und damit die Art der Bewegung des Einmassenschwingers wird von der Dämpfung c, der Masse m und der Federsteifigkeit k charakterisiert (Flesch, 2009).

### 3.2.1 Eigenschwingung des ungedämpften Einmassenschwingers

Für ein ungedämpftes System  $c = 0$  ergibt sich aus Gl. (3.17):

$$s = \pm i \cdot \omega_0. \quad (3.18)$$

Die Lösung von Gl. (3.14) erhält man durch Einsetzen von Gl. (3.18) in Gl. (3.15) zu

$$u(t) = C_1 \cdot e^{i \cdot \omega_0 \cdot t} + C_2 \cdot e^{-i \cdot \omega_0 \cdot t} \quad (3.19)$$

oder in Eulerscher Darstellungsform zu:

$$u(t) = B_1 \cdot \sin \omega_0 \cdot t + B_2 \cdot \cos \omega_0 \cdot t. \quad (3.20)$$

Aus Gl. (3.20) erhält man für einen Einmassenschwinger (siehe Abbildung 4) eine harmonische Schwingung mit konstanter Amplitude und eine Winkelgeschwindigkeit von  $\omega_0$  (in rad/sec).

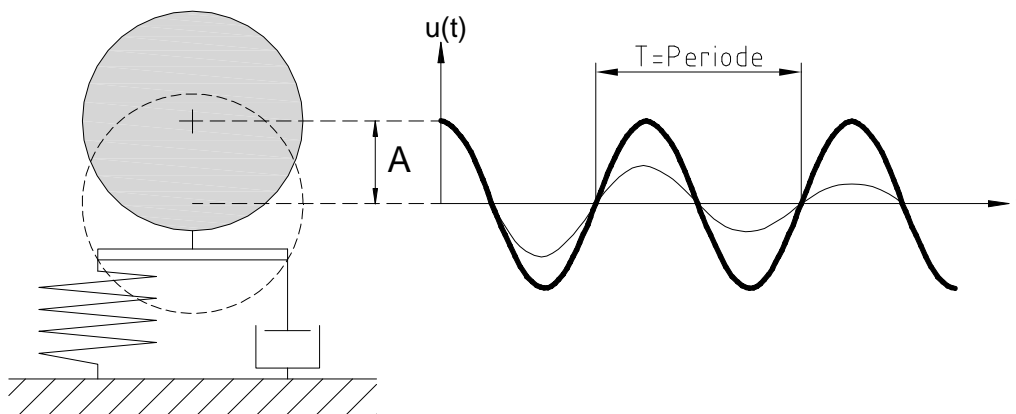


Abbildung 4: Darstellung der Eigenschwingung; ungedämpft und gedämpft (nach Flesch, 2009)

Die Winkelgeschwindigkeit wird meist als Eigenkreisfrequenz bezeichnet. Zwischen der Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$ , der Eigenfrequenz  $f_0$  und der Schwingdauer  $T$  bestehen die folgenden Zusammenhänge:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi}, \quad T = \frac{1}{f_0} \quad (3.21)$$

Die Ermittlung der Integrationskonstanten  $B_1$  und  $B_2$  in der Gl. (3.20) und damit die Amplitude der Schwingung können aus den Anfangsbedingungen in der Auslenkung und der Geschwindigkeit festgelegt werden.

Man erhält z. B. mit den Anfangsbedingungen

$$u_0 = u(t=0) \quad \text{und} \quad \dot{u}_0 = \dot{u}(t=0)$$

die Bewegungsgleichung

$$u(t) = \frac{\dot{u}_0}{\omega_0} \cdot \sin \omega_0 \cdot t + u_0 \cdot \cos \omega_0 \cdot t \quad (3.22)$$

Die Amplitude  $A$  ergibt sich durch Vektoraddition zu

$$A = \sqrt{u_0^2 + \left(\frac{\dot{u}_0}{\omega_0}\right)^2}.$$

### 3.2.2 Eigenschwingung des gedämpften Einmassenschwingers

Bei einer Feder besteht nach Hauger et al. (1999) zwischen der Federkraft  $F$  und der Verlängerung  $\Delta l$  der lineare Zusammenhang

$$F = c \cdot \Delta l \quad (3.23)$$

Für die Federkonstante  $c$  gilt demnach durch Umformung (siehe Abbildung 5):

$$c = \frac{F}{\Delta l} \quad (3.24)$$

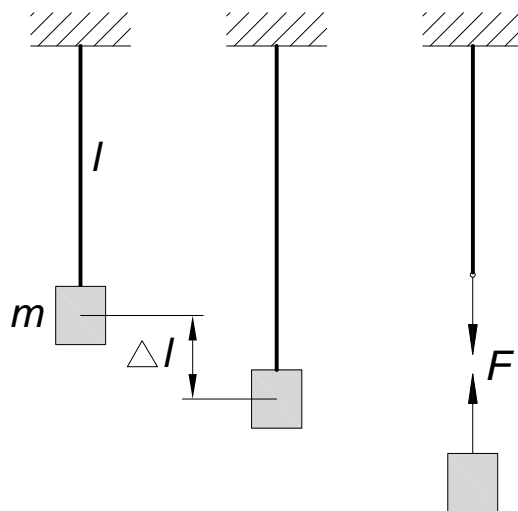


Abbildung 5: Darstellung des linearen Zusammenhanges zwischen Kraft und Verformung (nach Hauger et al., 1999)

Löst man die Gleichung (3.17) für  $c \neq 0$ , so ergibt sich:

$$s = -\frac{c}{2 \cdot m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \omega_0^2} \quad (3.25)$$

Der Wert unter der Wurzel kann je nach der Größe des Terms  $c$  Null, positiv oder negativ sein. Somit ergeben sich drei typische Lösungen für  $s$  und  $u(t)$ :

$$\frac{c}{2 \cdot m} = \omega_0 \quad \dots \text{kritisch gedämpft}$$

$$\frac{c}{2 \cdot m} > \omega_0 \quad \dots \text{überkritisch gedämpft}$$



$$\frac{c}{2 \cdot m} < \omega_0 \quad \dots \text{unterkritisch gedämpft}$$

Als kritische Dämpfung  $c_c$  wird

$$c_c = 2 \cdot m \cdot \omega_0 \quad (3.26)$$

bezeichnet. Genau bei dieser Dämpfung tritt erstmals ein aperiodischer Schwingungsverlauf auf. Ist die Dämpfung kleiner als die kritische Dämpfung ( $c < c_c$ ), so führt ein Einmassenschwinger beim Ausschwingversuch eine harmonische Schwingung aus, während Systeme mit  $c > c_c$  ohne Schwingung in die Null-Lage zurückkehren. Die Bewegungsverläufe für die zuvor beschriebenen Dämpfungen sind in Abbildung 6 dargestellt.

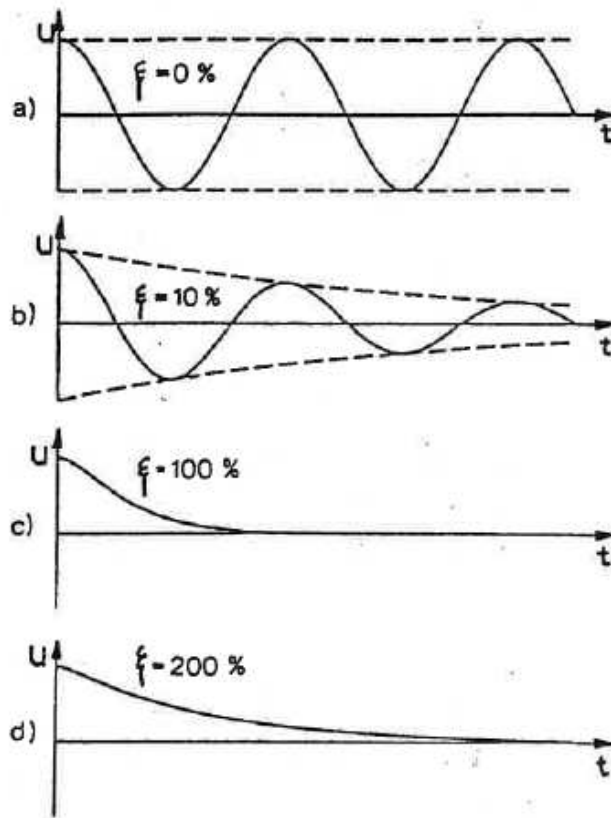
In den für die Baudynamik interessanten Fällen ist die Dämpfung zumeist kleiner als die kritische Dämpfung. Die Dämpfungszahl  $\xi$  gibt die Dämpfung in Prozent der kritischen Dämpfung an und wird anstelle des Dämpfungskoeffizienten  $c$  häufig verwendet (Flesch, 2009).

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2 \cdot m \cdot \omega_0} \quad (3.27)$$

Die Lösung für  $s$  ergibt sich somit zu:

$$s = -\xi \cdot \omega_0 \pm \sqrt{(\xi \cdot \omega_0)^2 - \omega_0^2} = -\xi \cdot \omega_0 \pm i \cdot \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}. \quad (3.28)$$





a) ungedämpft:

$$u(t) = B_1 \cdot \sin \omega_0 \cdot t + B_2 \cdot \cos \omega_0 \cdot t$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad c = 0$$

b) unterkritisch gedämpft:

$$u(t) = e^{-\omega_0 \cdot t} (B_1 \cdot \sin \omega_D \cdot t + B_2 \cdot \cos \omega_D \cdot t)$$

$$\omega_D = \omega_n \cdot \sqrt{1 - \xi^2} \quad c = 2 \cdot m \cdot \omega_0 \cdot \xi < c_c$$

c) kritisch gedämpft:

$$u(t) = C_1 \cdot e^{-\omega_0 \cdot t} + C_2 \cdot t \cdot e^{-\omega_0 \cdot t}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad c = 2 \cdot m \cdot \omega_0 = c_c$$

d) überkritisch gedämpft:

$$u(t) = e^{-\xi \cdot \omega_0 \cdot t} (B_1 \cdot \sinh \hat{\omega} \cdot t + B_2 \cdot \cosh \hat{\omega} \cdot t)$$

$$\hat{\omega} = \omega_0 \cdot \sqrt{\xi^2 - 1} \quad c > c_c$$

Abbildung 6: Bewegungsverlauf bei verschiedenen Dämpfungen (nach Flesch, 2009)

Die gedämpfte Eigenkreisfrequenz kann wie folgt angenähert werden:

$$\omega_D = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \xi^2} \quad (3.29)$$

und es vereinfacht sich Gl. (3.28) zu

$$s = -\xi \cdot \omega_0 \pm i \cdot \omega_D. \quad (3.30)$$

Die Lösung von der linearen, homogenen Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten (Gl. 3.14) ergibt sich durch Einsetzen von Gl. (3.30) in Gl. (3.15) zu

$$u(t) = e^{-\xi \omega_0 t} \cdot (C_1 \cdot e^{i \omega_D t} + C_2 \cdot e^{-i \omega_D t}) \quad (3.31)$$

bzw.

$$u(t) = e^{-\xi \omega_0 t} (B_1 \cdot \sin \omega_D \cdot t + B_2 \cdot \cos \omega_D \cdot t). \quad (3.32)$$



Für Dämpfungszahlen kleiner als 20% ist die Frequenz der gedämpften Schwingung nur unwesentlich kleiner als die der ungedämpften Schwingung (siehe Tabelle 1). Es ist daher zulässig, dass man in diesem Bereich mit der ungedämpften Eigenfrequenz rechnet (Flesch, 2009).

Tabelle 1: Einfluss der Dämpfung auf die Eigenfrequenz (Flesch, 2009)

Dämpfungszahl $\xi$	1%	5%	10%	20%	30%
$\frac{\omega_D}{\omega_0}$	0,9999	0,998	0,995	0,98	0,95

### 3.2.3 Harmonische Anregung des ungedämpften Einmassenschwingers

Für das ungedämpfte System lässt sich die Differentialgleichung (3.13) für eine Zwangserregung wie folgt vereinfacht darstellen:

$$m \cdot \ddot{u} + k \cdot u = p_0 \cdot \sin \omega \cdot t. \quad (3.33)$$

Die allgemeine Lösung  $u(t)$  dieser inhomogenen Differentialgleichung Gl. (3.33) setzt sich aus einem homogenen Teil  $u_h$  und einem partikulären Teil  $u_p$  zusammen. Die homogene Lösung  $u_h$  lautet wie bereits zuvor hergeleitet:

$$u_h = B_1 \cdot \sin \omega_0 \cdot t + B_2 \cdot \cos \omega_0 \cdot t. \quad (3.34)$$

Für die Ermittlung der Partikulärlösung  $u_p$  wird folgender Ansatz einer harmonischen Funktion verwendet:

$$u_p = C \cdot \sin \omega \cdot t \quad (3.35)$$

Die unbekannte Konstante  $C$  ergibt sich durch Einsetzen von Gl. (3.35) in Gl. (3.33) zu:

$$C = \frac{p_0}{k - m \cdot \omega^2} = \frac{p_0}{k} \left( \frac{1}{1 - \beta^2} \right) \quad (3.36)$$



Dabei wird das Verhältnis zwischen Erregerfrequenz  $\omega$  und Eigenfrequenz  $\omega_0$  als  $\beta$  dargestellt.

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_0} \quad (3.37)$$

Um zur allgemeinen Lösung zu gelangen, ist es erforderlich, die homogene und die partikuläre Lösung zu addieren.

$$u(t) = u_h + u_p = B_1 \cdot \sin \omega_0 \cdot t + B_2 \cdot \cos \omega_0 \cdot t + \frac{p_0}{k} \cdot \frac{1}{1 - \beta^2} \cdot \sin \omega \cdot t \quad (3.38)$$

Die Bedeutung der einzelnen Terme kann an einem System betrachtet werden, das aus der Ruhelage durch folgende harmonische Belastung  $p_t$  angeregt wird (Flesch, 2009):

$$p_t = p_0 \cdot \sin \omega \cdot t \quad (3.39)$$

Die Berechnung der Konstanten  $B_1$  und  $B_2$  der Gl. (3.34) erfolgt mit Hilfe der Anfangsbedingungen:

$$u(t=0) = 0, \quad \dot{u}(t=0) = 0$$

Dadurch ergibt sich folgende Bewegungsgleichung:

$$u(t) = \underbrace{\frac{p_0}{k}}_1 \cdot \underbrace{\frac{1}{1 - \beta^2}}_2 (\underbrace{\sin \omega \cdot t}_3 - \underbrace{\beta \sin \omega_0 \cdot t}_4) \quad (3.40)$$

mit:

- 1 Einsenkung unter einer statischen Last  $p_0$
- 2 Verstärkungsfaktor; stellt die Vergrößerung der Einsenkung infolge harmonisch wirkender Kraft dar; ist eine Funktion von  $\beta = \frac{\omega}{\omega_0}$
- 3 Bewegungskomponente mit der gleichen Frequenz wie die Erregerfrequenz  $\omega$

#### 4 Bewegungskomponente mit Eigenkreisfrequenz, klingt bei Dämpfung ab, transienter Anteil

Abbildung 7 zeigt den Verstärkungsfaktor  $V = \frac{1}{1 - \beta^2}$  in Abhängigkeit der Phasenverschiebung  $\theta$  und des Frequenzverhältnisses  $\beta$  für verschiedene Dämpfungen  $\xi$ .

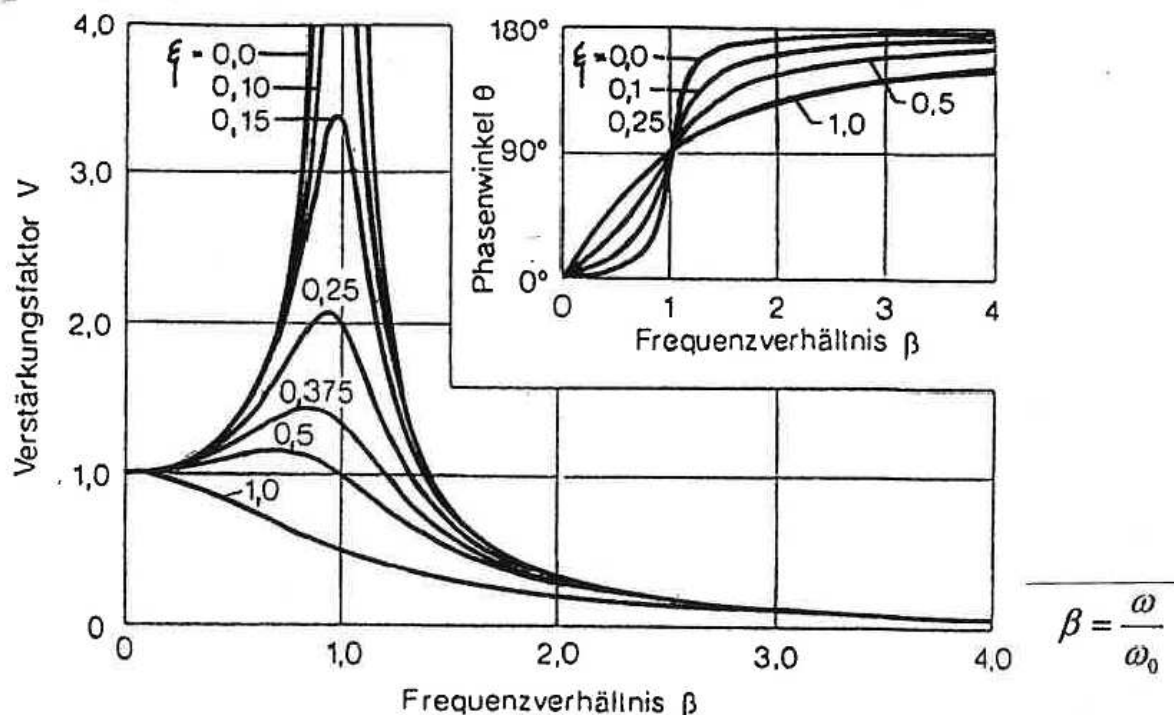


Abbildung 7: Resonanzkurven und Phasenverschiebung für verschiedene Dämpfungsverhältnisse (aus Flesch, 2009)

Durch diese so genannten Resonanzkurven kann die Größe der Amplitude bzw. die Erregerfrequenz  $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$  rasch bestimmt werden. Zu einer maximalen Verstärkung und damit Resonanz kommt es, wenn bei Systemen mit geringer Dämpfung das Frequenzverhältnis nahe bei eins liegt. Das heißt, wenn die Erregerfrequenz in der Nähe der Eigenfrequenz liegt, kann es zu meist gefährlichen Verstärkungen kommen. Der Verstärkungsfaktor ist bei Resonanz umgekehrt proportional zur Dämpfungszahl:

$$V_{\beta=1} = \frac{1}{2 \cdot \xi} \quad (3.41)$$

Die Phasenverschiebung  $\theta$  beträgt bei Resonanz  $90^\circ$ .

Das Maximum des Verstärkungsfaktors  $V$  tritt nicht bei Resonanz, sondern bei  $\beta = \sqrt{1 - 2 \cdot \xi^2}$  auf.

Den maximalen Verstärkungsfaktor ermittelt man dadurch zu

$$V_{\max} = \frac{1}{2 \cdot \xi \cdot (1 - \xi^2)}. \quad (3.42)$$

### 3.3 Zweimassenschwinger (ungedämpftes System)

Im Folgenden werden die freien Schwingungen von Systemen mit zwei Freiheitsgraden untersucht. Als Beispiel wird ein aus zwei Massen und zwei Federn bestehender Schwinger betrachtet (siehe Abbildung 8). Die Lagen von  $m_1$  und  $m_2$  werden durch die beiden Koordinaten  $x_1$  und  $x_2$  beschrieben. Die Koordinaten werden von der Gleichgewichtslage der jeweiligen Masse aus gezählt.

Um das Aufstellen der Bewegungsgleichungen zu ermöglichen, werden die Lagrangeschen Gleichungen 2. Art angewendet. Dafür benötigt man die kinetische und potentielle Energie des Systems (Hauger et al., 1999).

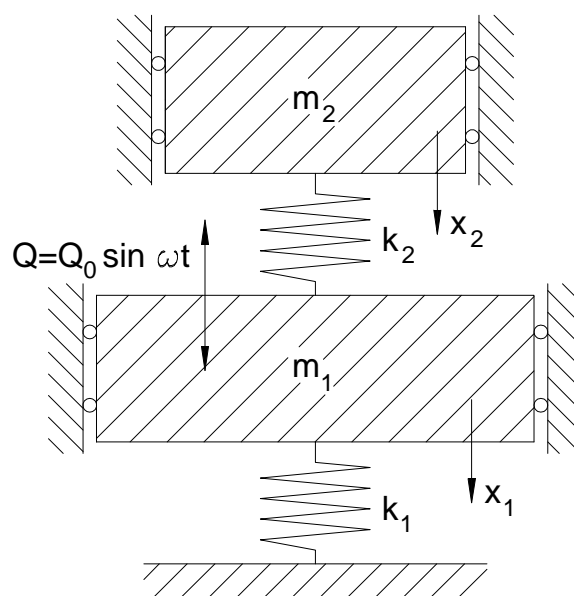


Abbildung 8: Zweimassenschwinger (nach Flesch, 2009)



$$\begin{aligned}
 E_k &= \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \dot{x}_2^2, \\
 E_p &= \frac{1}{2} \cdot k_1 \cdot x_1^2 + \frac{1}{2} \cdot k_2 \cdot (x_2 - x_1)^2.
 \end{aligned}
 \tag{3.43}$$

Man erhält mit Hilfe der Lagrangeschen Funktion  $L = E_k - E_p$  die Bewegungsgleichungen

$$\begin{aligned}
 m_1 \cdot \ddot{x}_1 + k_1 \cdot x_1 - k_2 (x_2 - x_1) &= 0, \\
 m_2 \cdot \ddot{x}_2 + k_2 \cdot (x_2 - x_1) &= 0.
 \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned}
 m_1 \cdot \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2) \cdot x_1 - k_2 \cdot x_2 &= 0 \\
 m_2 \cdot \ddot{x}_2 - k_2 \cdot x_1 + k_2 \cdot x_2 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3.44}$$

Es wird folgender Lösungsansatz zur Lösung dieses Systems von zwei gekoppelten, homogenen Differentialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten angewandt

$$\begin{aligned}
 x_1 &= A \cdot \cos \omega \cdot t \\
 x_2 &= C \cdot \cos \omega \cdot t.
 \end{aligned}
 \tag{3.45}$$

Hierbei sind A, C und  $\omega$  noch unbestimmt. Durch Einsetzen in (3.44) erhält man das homogene, algebraische Gleichungssystem (Hauger et al., 1999)

$$\begin{aligned}
 (k_1 + k_2 - m_1 \cdot \omega^2) \cdot A - k_2 \cdot C &= 0, \\
 -k_2 \cdot A + (k_2 - m_2 \cdot \omega^2) \cdot C &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3.46}$$

für die Konstanten A und C. Wendet man die triviale Lösung  $A = C = 0$  nach (3.45) an, so liefert diese Lösung keine Ausschläge. Die Bedingung für das Existieren von nichttrivialen Lösungen ist das Verschwinden der Koeffizientendeterminante:

$$\Delta(\omega) = \begin{vmatrix} (k_1 + k_2 - m_1 \cdot \omega^2) & -k_2 \\ -k_2 & (k_2 - m_2 \cdot \omega^2) \end{vmatrix} = 0.
 \tag{3.47}$$

Durch Auflösen erhält man die charakteristische Gleichung (Hauger et al., 1999)

$$(k_1 + k_2 - m_1 \cdot \omega^2) \cdot (k_2 - m_2 \cdot \omega^2) - k_2^2 = 0
 \tag{3.48}$$



oder

$$m_1 \cdot m_2 \cdot \omega^4 - (m_1 \cdot k_2 + m_2 \cdot k_1 + m_2 \cdot k_2) \cdot \omega^2 + k_1 \cdot k_2 = 0. \quad (3.49)$$

Dabei handelt es sich um eine quadratische Gleichung für  $\omega^2$ . Die Lösungen  $\omega_1^2$  und  $\omega_2^2$  sind nach den Vietaschen Wurzelsätzen positiv:

$$\begin{aligned} \omega_1^2 \cdot \omega_2^2 &= \frac{k_1 \cdot k_2}{m_1 \cdot m_2} > 0, \\ \omega_1^2 + \omega_2^2 &= \frac{m_1 \cdot k_2 + m_2 \cdot k_1 + m_2 \cdot k_2}{m_1 \cdot m_2} > 0. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Die zwei Eigenfrequenzen des Systems sind die beiden Wurzeln  $\omega_1$  und  $\omega_2$ . Durch entsprechende Nummerierung ergibt sich, dass  $\omega_2 > \omega_1$  ist (Hauger et al., 1999).

Die Konstanten A und C sind nicht unabhängig voneinander. Durch das Einsetzen einer Eigenfrequenz – zum Beispiel von  $\omega_1$  – in die erste Gleichung (3.46) erhält man das Verhältnis der zugeordneten Amplituden  $A_1$  und  $C_1$ :

$$\begin{aligned} (k_1 + k_2 - m_1 \cdot \omega_1^2) \cdot A_1 - c_2 \cdot C_1 &= 0 \\ \rightarrow \mu_1 = \frac{C_1}{A_1} &= \frac{k_1 + k_2 - m_1 \cdot \omega_1^2}{k_2} \end{aligned} \quad (3.51)$$

Setzt man in die zweite Gleichung ein, so kommt man auf das gleiche Ergebnis (Hauger et al., 1999). Aus (3.45) wird mit (3.51):

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cdot \cos \omega_1 \cdot t, \\ x_2 &= \mu_1 \cdot A_1 \cdot \cos \omega_1 \cdot t. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Durch Einsetzen der zweiten Eigenfrequenz  $\omega_2$  in eine der Gleichungen (3.46) erhält man entsprechend:

$$\mu_2 = \frac{C_2}{A_2} = \frac{k_1 + k_2 - m_1 \cdot \omega_2^2}{k_2} \quad (3.53)$$

und

$$\begin{aligned} x_1 &= A_2 \cdot \cos \omega_2 \cdot t, \\ x_2 &= \mu_2 \cdot A_2 \cdot \cos \omega_2 \cdot t. \end{aligned} \quad (3.54)$$

Es ergeben sich zwei weitere unabhängige Lösungen von (3.44), wenn man in (3.52) bzw. in (3.54) den Kosinus durch den Sinus ersetzt. Als allgemeine Lösung von (3.44) ergibt sich eine Linearkombination dieser vier unabhängigen Lösungen (Hauger et al., 1999). Sie lautet:

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cdot \cos \omega_1 \cdot t + B_1 \cdot \sin \omega_1 \cdot t + A_2 \cdot \cos \omega_2 \cdot t + B_2 \cdot \sin \omega_2 \cdot t, \\ x_2 &= \mu_1 \cdot A_1 \cdot \cos \omega_1 \cdot t + \mu_1 \cdot B_1 \cdot \sin \omega_1 \cdot t + \mu_2 \cdot A_2 \cdot \cos \omega_2 \cdot t + \mu_2 \cdot B_2 \cdot \sin \omega_2 \cdot t. \end{aligned} \quad (3.55)$$

Aus den Anfangsbedingungen können die vier Integrationskonstanten bestimmt werden ( $\omega_1$  und  $\omega_2$  sowie  $\mu_1$  und  $\mu_2$  sind dagegen unabhängig von den Anfangsbedingungen).

In der allgemeinen Lösung (3.55) werden bei passender Wahl der Anfangsbedingungen alle Integrationskonstanten bis auf eine einzige gleich Null. In diesem Fall schwingen beide Massen kosinusförmig (bzw. sinusförmig) nur mit der ersten oder nur mit der zweiten Eigenfrequenz (vgl. (3.52) oder (3.54)). Diese Schwingungen werden als Hauptschwingungen bezeichnet (Hauger et al., 1999).

### 3.4 Der Mehrmassenschwinger

Nach Flesch (2009) werden Mehrmassenschwinger in der Literatur häufig als „multi-degree-of-freedom“ (MDOF)-Systeme bezeichnet. Zur Berechnung der Schwingungen von Hochbauten wird zum Beispiel die Masse des Bauwerkes häufig in der Höhe der Geschoßdecken zu Punktmassen  $m_j$  zusammengefasst. Jeder Masse  $m_j$ , wobei  $1 \leq j \leq n$ , wird ein horizontaler Verschiebungsfreiheitsgrad  $u_j$  zugeordnet. Die Darstellung eines solchen Systems mit  $n$ -Freiheitsgraden erfolgt in Abbildung 9.



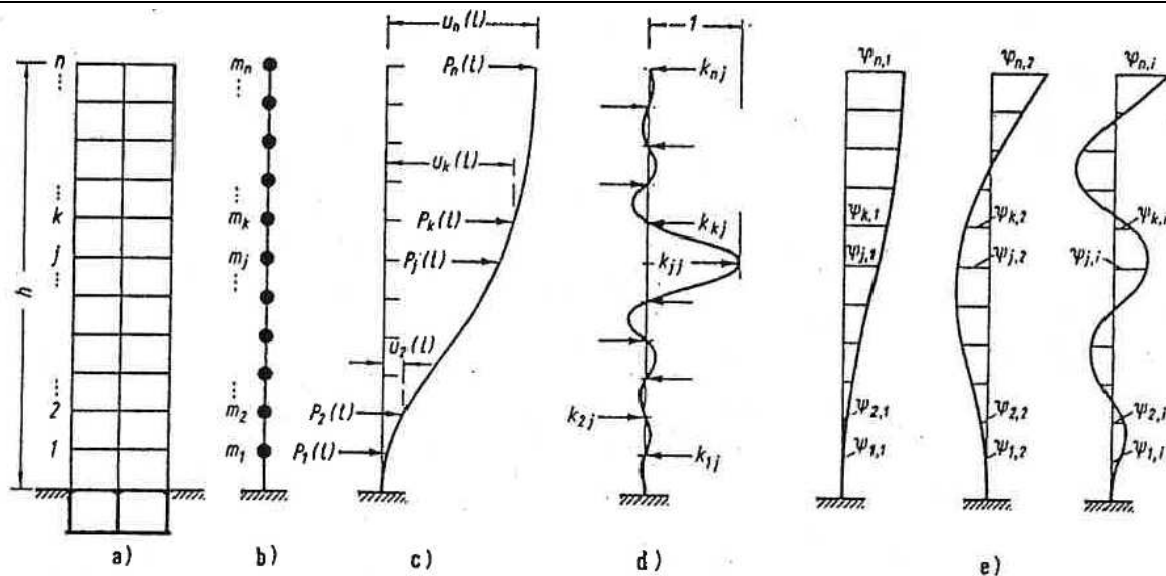


Abbildung 9: Systeme mit mehreren Freiheitsgraden (aus Flesch, 2009)

Die verschiedenen Darstellungen bedeuten:

- a) n-geschossiges Bauwerk
- b) Modellabbildung
- c) Last- und Verschiebungsgrößen
- d) Festhaltekkräfte
- e) Eigenschwingungsformen

Für jede Masse wird eine Gleichgewichtsbedingung aufgestellt. Dadurch erhält man folgendes Differentialgleichungssystem:

$$m_1 \cdot \ddot{u}_1 + \sum_{j=1}^n c_{1j} \cdot \dot{u}_j + \sum_{j=1}^n k_{1j} \cdot u_j = p_1(t)$$

$$m_2 \cdot \ddot{u}_2 + \sum_{j=1}^n c_{2j} \cdot \dot{u}_j + \sum_{j=1}^n k_{2j} \cdot u_j = p_2(t)$$

·  
·  
·  
·  
·  
·  
·

$$m_n \cdot \ddot{u}_n + \sum_{j=1}^n c_{nj} \cdot \dot{u}_j + \sum_{j=1}^n k_{nj} \cdot u_j = p_n(t)$$

(3.56)



Dabei bedeuten:

$k_{rj}$  = Festhaltekraft (Federkonstante) in  $r$ , im Verschiebungszustand  $u_r = 1$  für  $r = j$   
bzw.  $u_r = 0$  für  $r \neq j$

$c_{rj}$  = Dämpfungskraft (Dämpfungskonstante) in  $r$ , im Bewegungszustand  $\dot{u}_r = 1$  für  
 $r = j$  bzw.  $\dot{u}_r = 0$  für  $r \neq j$ . Hierbei wird eine viskose  
(geschwindigkeitsproportionale) Dämpfung vorausgesetzt.

Die Zusammenfassung der Größen aus Gl. (3.56) zu Matrizen bzw. Vektoren ermöglicht es, das Gleichungssystem in Matrixschreibweise auf die Form

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{P(t)\} \quad (3.57)$$

zu bringen. In diesem Fall bedeuten:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_n \end{bmatrix} \quad \dots \text{Massenmatrix (Diagonalmatrix)}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & k_{2n} \\ k_{n1} & k_{n2} & k_{nn} \end{bmatrix} \quad \dots \text{Steifigkeitsmatrix (symmetrisch in Bezug auf die Hauptdiagonale } k_{rj} = k_{jr})$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & c_{2n} \\ c_{n1} & c_{n2} & c_{nn} \end{bmatrix} \quad \dots \text{Dämpfungsmatrix}$$

$$\{U\} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_n \end{bmatrix}, \quad \{\dot{U}\} = \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_n \end{bmatrix}, \quad \{\ddot{U}\} = \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_n \end{bmatrix}, \quad \dots \text{Bewegungsvektoren}$$

$$\{P(t)\} = \begin{bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ \vdots \\ p_n(t) \end{bmatrix} \quad \dots \text{Belastungsvektor}$$

### 3.4.1 Eigenschwingungen des ungedämpften Mehrmassenschwingers

Sind die Schwingungen frei und ungedämpft, so nimmt die Gl. (3.57) folgende Form an (Flesch, 2009):

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{0\} \quad (3.58)$$

Es wird folgender Lösungsansatz eingeführt:

$$\{U\} = \{\bar{U}\} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

Dadurch ergibt sich folgendes homogenes Gleichungssystem:

$$([K] - \omega^2 [M])\{\bar{U}\} = \{0\}. \quad (3.59)$$

Verschwindet in diesem Gleichungssystem die Determinante, d. h. wenn

$$|[K] - \omega^2 [M]| = 0 \quad (3.60)$$

so hat das System von Null verschiedene (nichttriviale) Lösungen.

Durch diese Bedingung kommt man zu einer Gleichung n-ten Grades in  $\omega^2$ , der charakteristischen Gleichung (Stammgleichung). Aus dieser lassen sich n im allgemeinen verschiedene Eigenwerte  $\omega_i$  des Differentialgleichungssystems bestimmen. Diese Werte bezeichnet man als Eigenkreisfrequenzen. Jeder Eigenkreisfrequenz  $\omega_i$  entspricht die Eigenschwingzeit

$$T_i = \frac{2\pi}{\omega_i}. \quad (3.61)$$



Da hier ein homogenes Gleichungssystem vorliegt, sind die zu  $\omega_i$  gehörenden Lösungen des Gleichungssystems (3.59) nur als Verhältnswerte darstellbar. Wird die Eigenform zum Beispiel auf die Auslenkung der Masse  $m_j$  bezogen, so entspricht der  $i$ -ten Eigenschwingung die folgende relative Auslenkung der Masse  $m_r$ :

$$\psi_{r,i} = \frac{\bar{u}_{r,i}}{u_{j,i}}. \quad (3.62)$$

Daher kommt es zur Normierung der Eigenformen bei der Berechnung. Hierbei sind die beiden gebräuchlichsten Vorgangsweisen:

- der Größtwert wird als „1“ angesetzt
- die Eigenform wird derart normiert, dass sich als generalisierte Masse  $M_i^* =$  „1“ ergibt.

Die Werte  $\psi_{r,i}$  bilden die Eigenform  $i$ . In Abbildung 9e kommt es zur Darstellung der drei Eigenformen des Systems aus Abbildung 9b.

Die Zusammenfassung der drei Eigenformen (Schwingungsmoden) ergibt die folgende modale Matrix:

$$[\psi] = [\{\psi_1\} \cdot \{\psi_2\} \dots \{\psi_n\}] \quad (3.63)$$

Die Eigenformen werden nach wachsenden Eigenkreisfrequenzen geordnet. Als Grundschwingungsform wird die zur niedrigsten Eigenkreisfrequenz  $\omega_i$  gehörende Eigenform bezeichnet.

Für die weitere Vorgangsweise ist es wichtig aufzuzeigen, dass zwischen zwei Eigenvektoren  $\{\psi_i\}$  und  $\{\psi_j\}$   $i \neq j$  immer die Orthogonalitätsbeziehungen

$$\{\psi_i\}^T [M] \{\psi_j\} = 0 \quad i \neq j \quad (3.64)$$

$$\{\psi_i\}^T [K] \{\psi_j\} = 0 \quad i \neq j \quad (3.65)$$



bestehen.

### 3.4.2 Erzwungene Schwingungen des gedämpften Mehrmassenschwingers

Damit die Berechnung der erzwungenen Schwingungen von Systemen mit  $n$  Freiheitsgraden erfolgen kann, werden die Verschiebungsgrößen  $u(t)$  häufig durch eine Entwicklung nach Eigenformen (als lineare Kombination der  $n$  Eigenformen) dargestellt (Flesch, 2009):

$$\{U(t)\} = \sum_{i=1}^n \{\psi_i\} \cdot Y_i(t) = [\psi] \cdot \{Y(t)\} \quad (3.66)$$

Die Orthogonalität der Eigenformen, welche in Kapitel 3.3.1 beschrieben ist, ermöglicht die Transformation eines komplizierten dynamischen Systems in mehrere fiktive Einmassenschwinger (Flesch, 2009). Als generalisierte Koordinaten oder Normalkoordinaten des Systems werden die Größen  $Y_i(t)$ , die den Schwingungsamplituden der einzelnen Eigenformen entsprechen, bezeichnet. Durch die Einführung von Gl. (3.66) in die Gl. (3.57) und durch Linksmultiplikation mit  $\{\psi_i\}^T$  erhält man:

$$\{\psi_i\}^T \cdot [M] \cdot [\psi] \cdot \{\ddot{Y}\} + \{\psi_i\}^T \cdot [C] \cdot [\psi] \cdot \{\dot{Y}\} + \{\psi_i\}^T \cdot [K] \cdot [\psi] \cdot \{Y\} = \{\psi_i\}^T \cdot \{P(t)\} \quad (3.67)$$

Aufgrund der Orthogonalitätsbeziehungen lässt sich diese Gleichung (Gl. 3.67) auf ein System entkoppelter Differentialgleichungen zurückführen, falls neben der Gl. (3.64) und Gl. (3.65) als dritte Orthogonalitätsbeziehung gilt:

$$\{\psi_i\}^T \cdot [C] \cdot [\psi_j] = 0 \quad i \neq j \quad (3.68)$$

Aufgrund der heute noch vorliegenden Unsicherheiten betreffend der Dämpfungsmechanismen ist die Aufstellung von Dämpfungsmatrizen schwierig und es erscheint daher die vereinfachende Annahme von Gl. (3.68) meist als gerechtfertigt.

Es gibt Ansätze für die Dämpfungsmatrix  $[C]$ , welche der Orthogonalitätsmatrix in Gl. (3.68) tatsächlich genügen. Ein Ansatz der Dämpfungsmatrix als lineare Kombination von Massen- und Steifigkeitsmatrix ergibt sich direkt aus Gl. (3.64) und Gl. (3.65).

$$[C] = \alpha \cdot [M] + \beta \cdot [K]. \quad (3.69)$$

Die Bezeichnung „Rayleigh-Dämpfung“ wird für diese Art der Dämpfung verwendet. (siehe Abbildung 10)

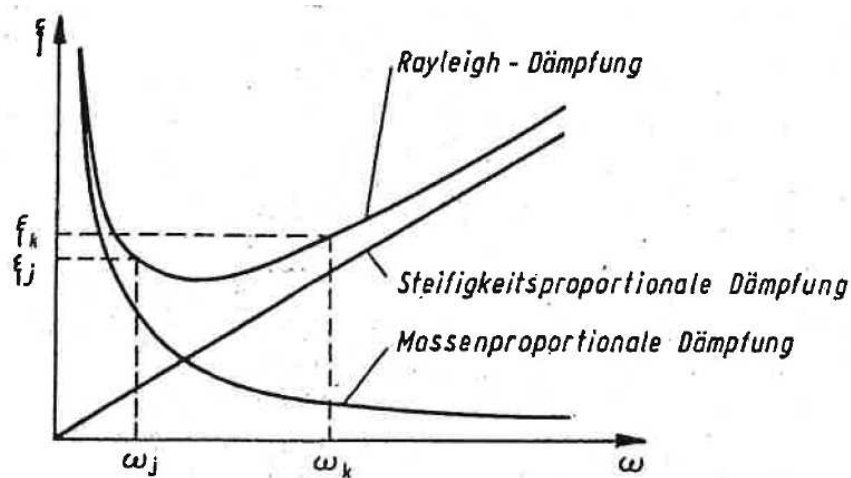


Abbildung 10: Rayleigh-Dämpfung (aus Flesch, 2009)

Durch das Auflösen der Matrix der Eigenformen in Eigenvektoren in Gl. (3.67) werden aufgrund der Orthogonalitätsbedingungen (3.64), (3.65) und (3.68) sämtlichen den Eigenformen für  $i \neq j$  entsprechenden Glieder zu Null (Flesch, 2009). Dadurch erhält man folgende Gleichung:

$$\{\psi_i\}^T \cdot [M] \cdot \{\psi_i\} \cdot \ddot{Y}_i + \{\psi_i\}^T \cdot [C] \cdot \{\psi_i\} \cdot \dot{Y}_i + \{\psi_i\}^T \cdot [K] \cdot \{\psi_i\} \cdot Y_i = \{\psi_i\}^T \cdot \{P(t)\}. \quad (3.70)$$

Somit lässt sich das Differentialgleichungssystem aus (3.57) in  $n$  unabhängige, jeweils einer Eigenform  $i$  zugeordnete Differentialgleichungen transformieren. Folgende Bezeichnungen werden eingeführt:

$$M_i^* = \{\psi_i\}^T \cdot [M] \cdot \{\psi_i\} \quad \dots \text{generalisierte Masse}$$

$$C_i^* = \{\psi_i\}^T \cdot [C] \cdot \{\psi_i\} \quad \dots \text{generalisierte Dämpfung}$$



$$K_i^* = \{\psi_i\}^T \cdot [K] \cdot \{\psi_i\} \quad \dots \text{generalisierte Steifigkeit}$$

$$P_i^*(t) = \{\psi_i\}^T \cdot \{P(t)\} \quad \dots \text{generalisierte Last.}$$

Dadurch erhält man für die Differentialgleichung der Schwingungsform  $i$  die Gl. (3.71). Diese entspricht der Differentialgleichung des Einmassenschwingers:

$$M_i^* \cdot \ddot{Y}_i + C_i^* \cdot \dot{Y}_i + K_i^* \cdot Y_i = P_i^*(t) \quad (3.71)$$

bzw.

$$\ddot{Y}_i + 2 \cdot \xi_i \cdot \omega_i \cdot \dot{Y}_i + \omega_i^2 \cdot Y_i = \frac{P_i^*(t)}{M_i} \quad (3.72)$$

mit

$$\omega_i^2 = \frac{K_i^*}{M_i^*} \quad \dots i\text{-te Eigenfrequenz}$$

$$\xi_i = \frac{C_i^*}{2 \cdot M_i^* \cdot \omega_i} \quad \dots \text{modale Dämpfungszahl der } i\text{-ten Eigenform.}$$

Die Gl. (3.56) wurde in Gl. (3.71) transformiert.

### 3.4.3 Fußpunkterregung

Für Berechnungen nach der Antwortspektrenmethode sind die folgenden Formeln geeignet.

Liegt ein System mit einem dynamischen Freiheitsgrad vor, so ergibt sich folgender Größtwert der Erdbebenlast (Flesch, 2009):

$$H = m \cdot \max|\ddot{u} + \ddot{u}_b| = m \cdot S_d(T) \quad (3.73)$$



Dabei bedeuten:

$m$  = Bauwerksmasse

$S_d(T)$  = Rechenwert des Beschleunigungsspektrums

Um die Berechnung der Erdbebenlasten von Systemen mit  $n$  dynamischen Freiheitsgraden durchführen zu können, werden die einer Fußpunkterregung  $\ddot{u}_b(t)$  entsprechenden Antwortschwingungen des Systems gemäß Kapitel 3.3.2 nach Eigenformen entwickelt. Für die dynamischen Lasten in Gl. (3.57) ergibt sich bei Fußpunkterregung:

$$\{P(t)\} = -[M] \cdot \{\bar{I}\} \cdot \ddot{u}_b(t) \quad (3.74)$$

mit  $\{\bar{I}\} =$  Übertragungsvektor. Der Übertragungsvektor wird zum Einheitsvektor, wenn alle Freiheitsgrade des Systems in Richtung der Bodenbeschleunigung liegen. Wenn nicht alle Freiheitsgrade in diese Richtung weisen, so wird an den entsprechenden Stellen eine Null angesetzt.

Es folgt somit für die generalisierte Last in der Schwingungsform i:

$$\{P_i^*(t)\} = -\{\psi_i\}^T \cdot [M] \cdot \{\bar{I}\} \cdot \ddot{u}_b(t) = -\alpha_i \cdot \ddot{u}_b(t) \quad (3.75)$$

wobei

$$\alpha_i = \{\psi_i\}^T \cdot [M] \cdot \{\bar{I}\} \quad (3.76)$$

= "modaler Anteil"

als Beteiligungsfaktor („modale Anteile“ im FE-Programmausdruck) bezeichnet wird. Kommen die ersten  $p$  dynamischen Freiheitsgrade eines Systems in Richtung der Bodenbeschleunigung zu liegen, folgt aus Gl. (3.76):





$$\alpha_i = \sum_{j=1}^p m_j \cdot \psi_{j,i}. \quad (3.77)$$

Die einer Fußpunkterregung  $\ddot{u}_b(t)$  entsprechende generalisierte Koordinate in der Schwingungsform  $i$  ergibt sich zu

$$Y_i(t) = \frac{\alpha_i}{M_i^* \cdot \omega_i} \cdot \int_0^1 \ddot{u}_b(\tau) \cdot e^{-\xi_i \cdot \omega_i (t-\tau)} \cdot \sin \omega_i (t-\tau) d\tau. \quad (3.78)$$

Bei der Berechnung nach der Antwortspektrenmethode erhält man für den Größtwert der generalisierten Koordinate:

$$\max Y_i = \frac{\alpha_i}{M_i^* \cdot \omega_i^2} \cdot S_d(T_i). \quad (3.79)$$

Es ergibt sich der Vektor der Erdbebenlasten in der  $i$ -ten Schwingungsform zu:

$$\begin{Bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ H_{j,i} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ H_{1,j} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ -[M] \cdot \{\ddot{u}_{i,\max}\} = \omega_i^2 \cdot [M] \cdot \{u_{i,\max}\} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ = \omega_i^2 \cdot [M] \cdot \{\psi_i\} \cdot Y_{i,\max} = [M] \cdot \{\psi_i\} \cdot \frac{\alpha_i}{M_i^*} \cdot S_d(T_i) \end{Bmatrix} \quad (3.80)$$

Es gilt dann für die an der Masse  $j$  angreifende Kraft:

$$H_{j,i} = m_j \cdot \psi_{j,i} \cdot \frac{\alpha_i}{M_i^*} \cdot S_d(T_i) \quad (3.81)$$

Werden die Voraussetzungen für Gl. (3.77) von allen Freiheitsgraden erfüllt, so lässt sich die Gl. (3.81) wie folgt anschreiben:

$$H_{j,i} = m_j \cdot \psi_{j,i} \cdot \frac{\sum_{j=1}^n m_j \cdot \psi_{j,i}}{\sum_{j=1}^n m_j \cdot \psi_{j,i}^2} \cdot S_d \cdot (T_i). \quad (3.82)$$

$$= m_j \cdot \gamma_{j,i} \cdot S_d \cdot (T_i) \quad (3.83)$$

mit

$$\gamma_{j,i} = \psi_{j,i} \cdot \frac{\sum_{j=1}^n m_j \cdot \psi_{j,i}}{\sum_{j=1}^n m_j \cdot \psi_{j,i}^2}. \quad (3.84)$$

Durch das Summieren der Lasten nach Gl. (3.82) lässt sich die Gesamterdbebenlast, die der Eigenform  $i$  entspricht, errechnen (Flesch, 2009):

$$H_{i,ges} = \sum_{j=1}^n H_{j,i} = \frac{\left( \sum_{j=1}^n m_j \cdot \psi_{j,i} \right)^2}{\sum_{j=1}^n m_j \cdot \psi_{j,i}^2} \cdot S_d(T_i) = \frac{\alpha_i^2}{M_i^*} \cdot S_d \cdot (T_i). \quad (3.85)$$

Durch die Auffassung, dass nun  $H_{i,ges}$  als Erdbebenlast eines der Eigenform  $i$  zugeordneten Ersatzmassenschwingers mit  $T_i$  anzusehen ist, so besitzt dieser die Ersatzmasse  $m_{e,i}$ :

$$m_{e,i} = \frac{\alpha_i^2}{M_i^*}. \quad (3.86)$$

Die Gesamtmasse des Systems beträgt:

$$m = \sum_{j=1}^n m_j. \quad (3.87)$$

Das Verhältnis:

$$\varepsilon_i = \frac{m_{e,i}}{m} \quad (3.88)$$

wird als Ersatzmassenfaktor der i-ten Eigenform bezeichnet. Es ist zu zeigen, dass die den einzelnen Eigenformen zugeordneten Ersatzmassenfaktoren die Ungleichung:

$$\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3 \dots \varepsilon_i > \dots \varepsilon_n \quad (3.89)$$

erfüllen und die Beziehung

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i = 1 \quad (3.90)$$

besteht. Falls folgende Bedingungen erfüllt sind, ist die Berücksichtigung von k Eigenformen ausreichend (Flesch, 2009):

- Die Summe  $\sum_{i=1}^k \varepsilon_i$  erreicht einen Wert nahe bei 1.
- Es existieren keine hohen Spektralwerte bei Frequenzen  $> \omega_k$ .

In Abbildung 11 wird die Aussagekraft des Faktors  $\varepsilon_i$  am Beispiel des Zweimassenschwingers veranschaulicht.

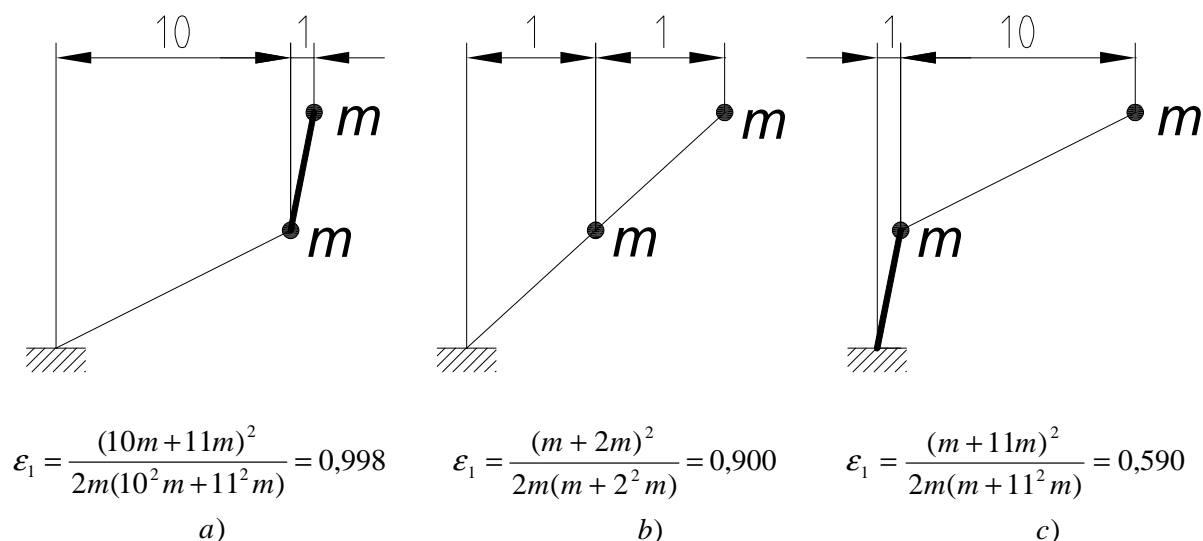


Abbildung 11: Ersatzmassenfaktoren von Zweimassensystemen (nach Flesch, 2009)

- a) Bauwerk mit weichem Erdgeschoss und steifem Obergeschoss
- b) gleichmäßig steifes Bauwerk
- c) Bauwerk mit steifem Erdgeschoss und weichem Obergeschoss

Es werden einige Näherungsausdrücke abgeleitet, die häufig in Erdbebennormen verwendet werden. Unter Anwendung von Gl. (3.86) kann die Gl. (3.85) auch wie folgt angeschrieben werden:

$$H_{i,ges} = \varepsilon_i \cdot m \cdot S_d \cdot (T_i). \quad (3.91)$$

Durch das Aufteilen von  $H_{i,ges}$  im Verhältnis der Produkte  $m_j \cdot \psi_{j,i}$ , auf die einzelnen Massen erhält man (Flesch, 2009):

$$H_{j,i} = \varepsilon_i \cdot m \cdot S_d \cdot (T_i) \cdot \frac{m_j \cdot \psi_{j,i}}{\sum_{j=1}^n m_j \cdot \psi_{j,i}}. \quad (3.92)$$

Wird nur die Grundswingungsform berücksichtigt und setzt man vereinfachend  $\varepsilon_i = 1$ , so erhält man die häufig in Normen verwendete Näherungsbeziehung:

$$H_{j,i} = m \cdot S_d \cdot (T_i) \cdot \frac{m_j \cdot \psi_{j,i}}{\sum_{j=1}^n m_j \cdot \psi_{j,i}} \quad (3.93)$$

Der Großteil aller Näherungsausdrücke für  $H_{j,i}$  hat die Form von Gl. (3.83). Die Näherung kann dadurch erfolgen, dass für  $\gamma_{j,i}$  vereinfachte Ausdrücke abgeleitet werden. Die Darstellung der in der Folge besprochenen Näherungen erfolgt in Abbildung 12.

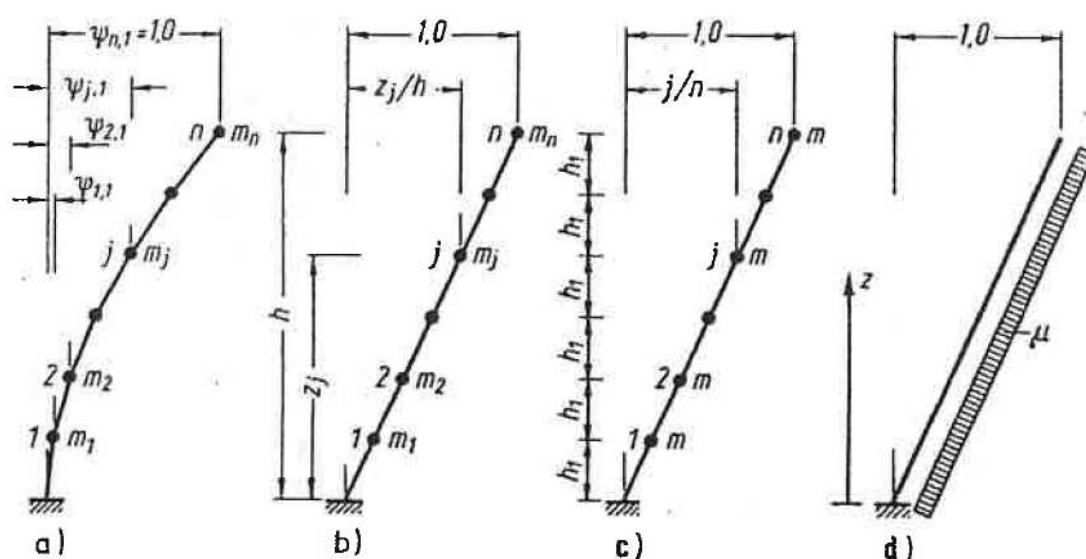


Abbildung 12: Vereinfachungen bei der Ermittlung der Erdbebenlasten (aus Flesch, 2009)

- a) Grundschwingungsform eines n-geschossigen Bauwerks
- b) Grundschwingungsform als Gerade
- c) Grundschwingungsform als Gerade bei gleichen Massen und Geschosshöhen
- d) Grundschwingungsform als Gerade bei gleichmäßiger Massenbelegung

Ersetzt man die Grundschwingform durch die Gerade  $\psi_{j,i} = \frac{z_j}{h}$ , so folgt aus Gl. (3.84):

$$\gamma_{j,1} = \frac{z_j \cdot \sum_{j=1}^n m_j \cdot z_j}{\sum_{j=1}^n m_j \cdot z_j^2} \quad (3.94)$$



Wenn alle Massen und Geschosshöhen gleich sind ( $m_j = \bar{m}$   $h_1 = \text{konstante Geschosshöhe}$ ), so gilt nach Flesch (2009):

$$\gamma_{j,i} = \frac{j \cdot \sum_{j=1}^n m_j \cdot z_j}{\sum_{j=1}^n j^2} = \frac{j \cdot \frac{n \cdot (n+1)}{2}}{\frac{n(n+1) \cdot (2n+1)}{6}} = \frac{3 \cdot j}{2 \cdot n+1}. \quad (3.95)$$

Wird die Annahme einer kontinuierlichen, gleichmäßigen Massenbelegung  $\mu$  getroffen, so gilt:

$$\gamma_1(z) = \frac{z \cdot \int_0^h \mu z \, dz}{\int_0^h \mu z^2 \, dz} = \frac{3}{2} \cdot \frac{z}{h}. \quad (3.96)$$

Nach Gl. (3.95) mit  $\gamma_{j,1}$  folgt für  $H_{j,1}$

$$H_{j,1} = \bar{m} \cdot \frac{3 \cdot j}{2 \cdot n+1} \cdot S_d(T_1) \quad (3.97)$$

und weiters folgt für das Moment an der Basis:

$$M = \frac{3 \cdot \bar{m} \cdot h_1}{2 \cdot n+1} \cdot S_d(T_1) \cdot \sum_{j=1}^n j^2 = \frac{\bar{m} \cdot h_1 \cdot n \cdot (n+1)}{2} \cdot S_d(T_1). \quad (3.98)$$

Nach Gl. (3.96) mit  $\gamma_{j,1}$  folgt für  $H_{j,1}$

$$H_{j,1} = \bar{m} \cdot \frac{3 \cdot j}{2 \cdot n} \cdot S_d(T_1) \quad (3.99)$$

und weiters folgt für das Moment an der Basis:

$$M = \frac{1,5 \cdot \bar{m} \cdot h_1}{n} \cdot S_d(T_1) \cdot \sum_{j=1}^n j^2 = \frac{\bar{m} \cdot h_1 \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{4} \cdot S_d(T_1). \quad (3.100)$$

Für  $\psi_{j,i} = \frac{z_j}{h}$  und für gleiche Massen und Geschosshöhen folgt aus Gl. (3.93):



$$H_{j,1} = 2 \cdot \bar{m} \cdot \frac{j}{n+1} \cdot S_d(T_1) \quad (3.101)$$

Weiters folgt für das Moment an der Basis:

$$M = \frac{\bar{m} \cdot h_1 \cdot n \cdot (2n+1)}{3} \cdot S_d(T_1). \quad (3.102)$$

### 3.5 Berechnung der Frequenz des physikalischen Pendels

Es ist die Frequenz eines physikalischen Pendels in Abhängigkeit von der Masse des Körpers, der Erdbeschleunigung, des Abstandes vom Aufhängepunkt zum Massenmittelpunkt und des Radius des angenommenen Massekörpers berechnet worden. Dadurch bekommt man eine Abschätzung wie groß die Anlage wird, um einen definierten Frequenzbereich abdecken zu können. Vereinfacht wurde das Pendel als Kugel mit einem Radius von 0,3 m angenommen. Für die Masse des Körpers wurden 450 kg angenommen. Es zeigt sich jedoch, dass die Masse des Körpers für ein physikalisches Pendel nicht von Bedeutung ist, da sie sich aus der Formel herauskürzt.

Masse m der Kugel:	m = 450 kg
Erdbeschleunigung g:	g = 9,81 m/s <sup>2</sup>
Abstand d vom Aufhängepunkt zum Massenmittelpunkt:	d = 4 m
Radius r der angenommenen Kugel:	r = 0,3 m

In der Abbildung 13 ist ein Fadenpendel mit den charakteristischen Werten dargestellt.

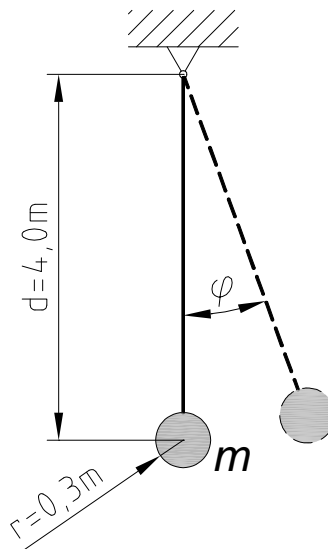


Abbildung 13: Fadenpendel (nach Hauger et al., 1999)

Zuerst wurde das Trägheitsmoment der idealen, massiven Kugel mit Hilfe des Satzes von Steiner (Bergmeister, 2008) berechnet.

$$I = I_{\text{Schwerpunkt}} + I_{\text{Drehachse}}$$

$$I = I_s + m \cdot d^2$$

$$I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2 + m \cdot d^2 \quad (3.103)$$

Durch das Herausheben der Masse ergibt sich:

$$I = m \cdot \left( \frac{2}{5} \cdot r^2 + d^2 \right) \quad (3.104)$$

Das Trägheitsmoment  $I$  erhält man durch das Einsetzen der oben festgelegten Werte:

$$I = 450\text{ kg} \cdot \left( \frac{2}{5} \cdot (0,3\text{ m})^2 + (4\text{ m})^2 \right)$$

$$\underline{\underline{I = 7216,2\text{ kg} \cdot \text{m}^2}}$$

Danach wird die Formel für die Kreisfrequenz hergeleitet.

Als Anschauungsbeispiel wird nach Hauger et al. (1999) ein physikalisches Pendel (Abbildung 14) betrachtet. Dies ist ein starrer Körper, der in einem Punkt drehbar



gelagert ist und Schwingungen ausführt. Der Schwerpunkt  $S$  befindet sich im Abstand  $l$  vom Drehpunkt  $A$ . Durch Anwenden des Momentensatzes um den Punkt  $A$  wird die Bewegungsgleichung ermittelt. Der Winkel  $\varphi$  wird von der Gleichgewichtslage (=vertikale Lage) aus entgegen dem Uhrzeigersinn positiv gezählt.

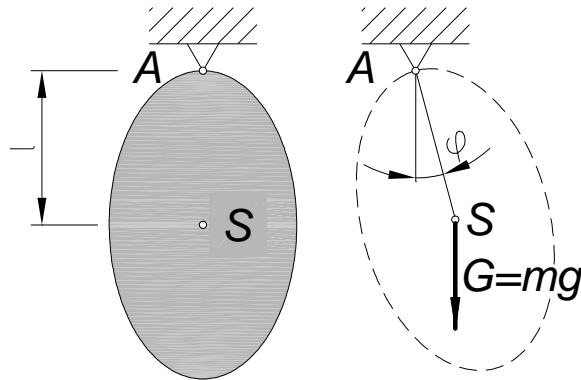


Abbildung 14: Physikalisches Pendel (nach Hauger et al., 1999)

Es ergibt sich das Moment des Gewichtes zu:

$$M_A = -m \cdot g \cdot l \cdot \sin \varphi \quad (3.105)$$

Kombiniert man dies nun mit dem Trägheitsmoment  $I_A$  so erhält man durch Gleichsetzen mit dem Ansatz  $M_A = I_A \cdot \ddot{\varphi}$ :

$$I_A \cdot \ddot{\varphi} = -m \cdot g \cdot l \cdot \sin \varphi \quad (3.106)$$

Diese Gleichung wird zu

$$I_A \cdot \ddot{\varphi} + m \cdot g \cdot l \cdot \sin \varphi = 0 \quad (3.107)$$

umgeformt.

Für kleine Winkel lässt sich der Sinus mit  $\sin \varphi \approx \varphi$  annähern (Hauger et. al., 1999).

Die Gleichung

$$\ddot{\varphi} + \frac{m \cdot g \cdot l}{I_A} \cdot \varphi = 0 \quad (3.108)$$

beschreibt eine harmonische Schwingung mit

$$\omega^2 = \frac{m \cdot g \cdot l}{I_A} \quad (3.109)$$

Die Schwingungsdauer des Pendels beträgt

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (3.110)$$

Durch Umformen des Terms  $\omega^2 = \frac{m \cdot g \cdot l}{I_A}$  zu  $\frac{1}{\omega} = \sqrt{\frac{I_A}{m \cdot g \cdot l}}$

ergibt sich

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{I_A}{m \cdot g \cdot d}}$$

$$\frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{1}{\sqrt{\frac{I}{m \cdot g \cdot d}}} \quad (3.111)$$

Jetzt kann der Term  $\frac{2 \cdot \pi}{T}$  durch  $\omega$  ersetzt werden.

$$\omega = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot d}{I}} \quad (3.112)$$

Für das Trägheitsmoment wird nun die Gleichung (3.104) eingesetzt.

$$\omega = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot d}{m \cdot \left(\frac{2}{5} \cdot r^2 + d^2\right)}} \quad (3.113)$$

Nun wird die Masse gekürzt. Daraus ist ersichtlich, dass die Masse keinen Einfluss auf die Kreisfrequenz hat.



$$\omega = \sqrt{\frac{g \cdot d}{\left(\frac{2}{5} \cdot r^2 + d^2\right)}} \quad (3.114)$$

Um zur Lösung des konkreten Beispiels zu kommen, werden nun die entsprechenden Werte eingesetzt.

$$\omega = \sqrt{\frac{9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 4m}{\left(\frac{2}{5} \cdot (0,3m)^2 + (4m)^2\right)}}$$

$$\underline{\underline{\omega = 1,564 \frac{1}{s}}}$$

Durch das Dividieren der Kreisfrequenz durch  $2 \cdot \pi$  gelangt man letztendlich zur gewünschten Frequenz.

$$f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \quad (3.115)$$

$$f = \frac{1,564 \frac{1}{s}}{2 \cdot \pi}$$

$$\underline{\underline{f = 0,249 \frac{1}{s}}}$$

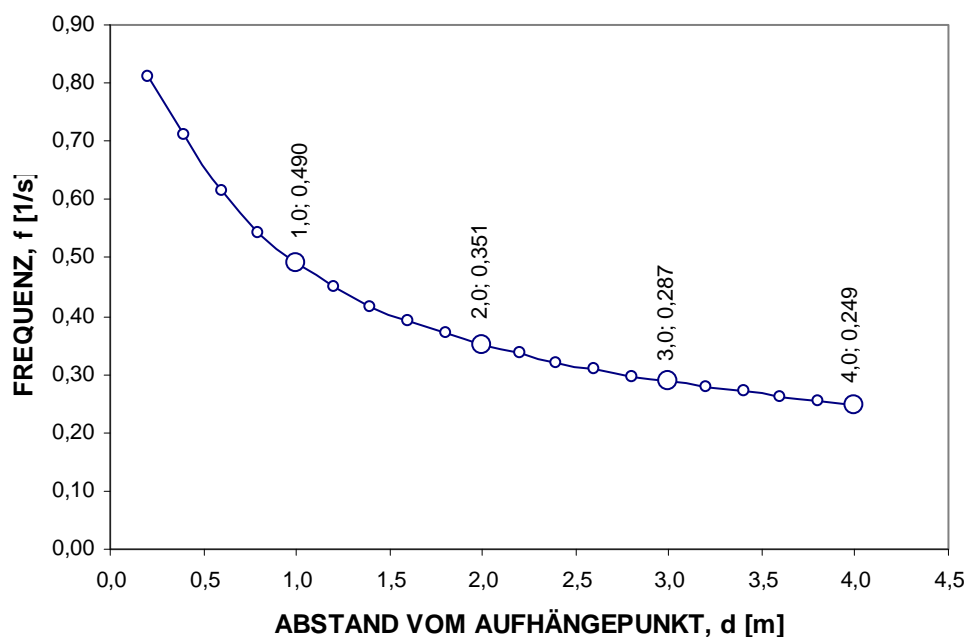


Abbildung 15: Diagramm: Frequenz in Abhängigkeit vom Abstand des Aufhängepunktes

Bei der Darstellung der Frequenz in Abhängigkeit vom Abstand des Aufhängepunktes zum Massenmittelpunkt (siehe Abbildung 15) ist erkennbar, dass ein größerer Abstand eine kleinere Frequenz hervorruft. Das gleiche Prinzip kommt bei einem Metronom zur Definition eines Taktes in der Musik zur Anwendung.

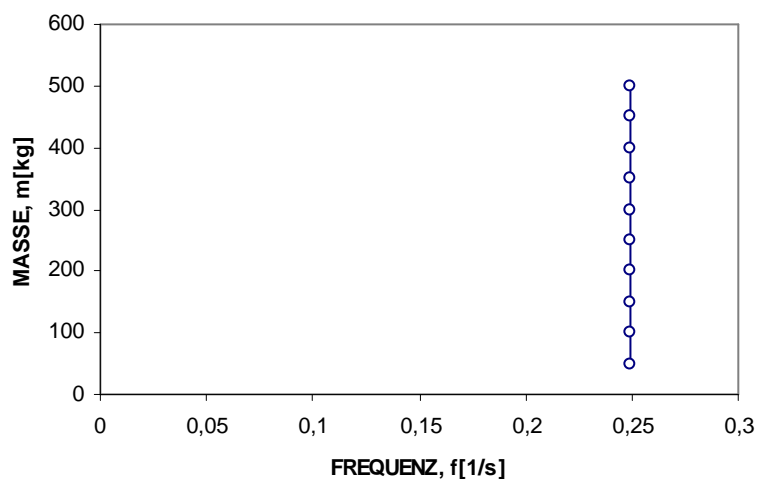


Abbildung 16: Diagramm: Einfluss der Masse auf die Frequenz



Bei der Darstellung der Frequenz in Abhängigkeit der Masse des schwingenden Körpers (siehe Abbildung 16) zeigt sich, wie bereits oben erwähnt, dass die Frequenz beim physikalischen Pendel unabhängig von der Masse ist. In der Realität hat natürlich die Masse einen Einfluss. Je größer die Masse, desto größer ist üblicherweise das Pendel, und desto größer wird der Luftwiderstand. Der Luftwiderstand wirkt sich natürlich schon auf die Frequenz des Pendels aus.

## 4 Konstruktion des Versuchsstandes

Im Zuge der Masterarbeit wurden drei Variantenstudien durchgeführt.

### 4.1 Erste Variantenstudie

Die erste Variante wurde aufgrund der Rahmenbedingungen von der Besprechung vom 13. Oktober 2010 entworfen. Damals war lediglich eine Masse des Pendels von 30 kg vorgesehen und ein Auslenkwinkel von  $\pm 10^\circ$ . Das Labor im Keller des Schwachhöferhauses war der geplante Standort. Für die Pendelauslenkung sollte ein Aktuator der Type BEI Kimco Magnetics Division San Marcos, CA 92069 (LA30-48-000A) mit einem Hub von  $\pm 12,7$  mm herangezogen werden. Dieser Aktuator ist im Besitz des Institutes des Konstruktiven Ingenieurbaus. Der Aktuator sollte direkt auf der Tragstruktur des Pendels befestigt werden. Für den Entwurf der Konstruktion der ersten Variante wurden Formrohre als Tragstruktur des Pendels herangezogen, welche nach Möglichkeit händisch im Keller montierbar sein sollten. Aufbauend auf diesen Fakten und Randbedingungen erfolgten die ersten Entwürfe und Handskizzen und deren Überführung in das 2D-Programm AutoCAD. (siehe Abbildung 17)

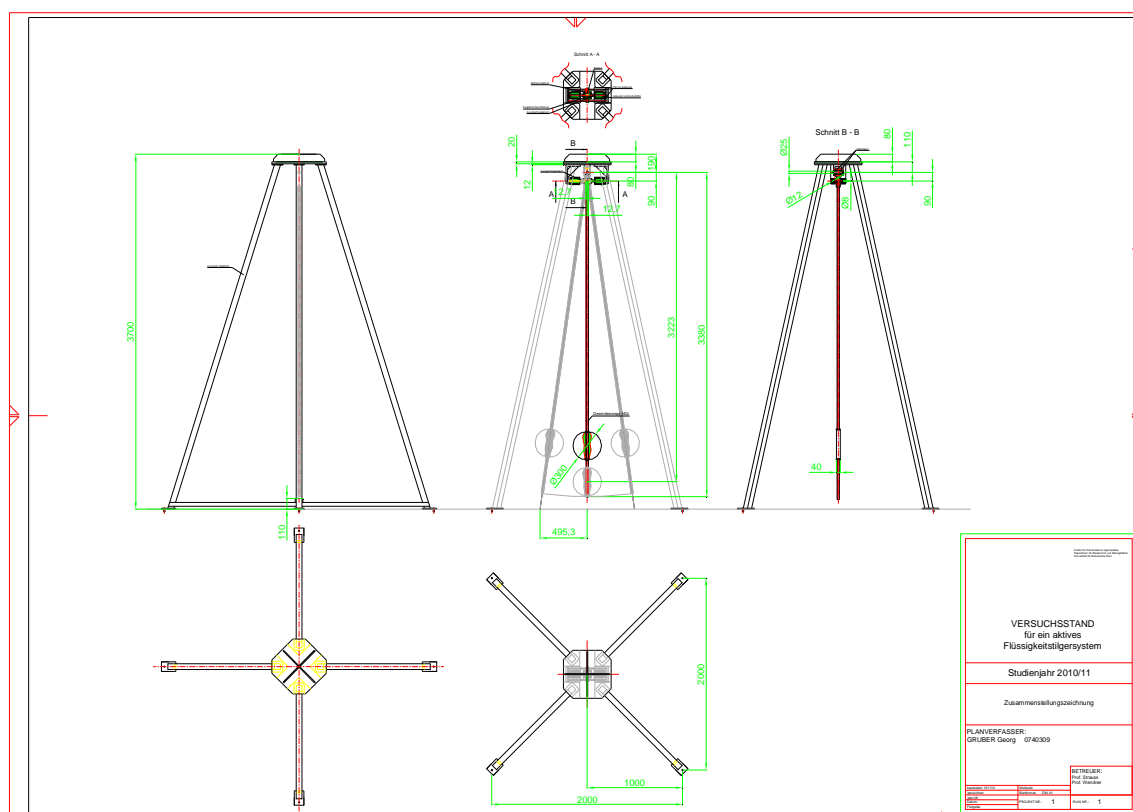


Abbildung 17: Konstruktionsplan der ersten Variantenstudie

Die erste Variantenstudie bestand aus einer Formrohrstruktur mit den Formrohrabmessungen 60 mm x 60 mm x 3 mm. Die Grundfläche bzw. die Aufstellfläche war 2000 mm x 2000 mm und die Gesamthöhe betrug 3700 mm. Die Höhe der Formrohrstruktur war mit der Raumhöhe des Labors im Schwackhöferhaus begrenzt. Die Kopfplatte war die Referenz und Basis für die gesamte Anlage. An dieser Platte wurden sowohl die Formrohre, als auch die Lagerung des Pendels sowie die Winkel, an denen die Aktuatoren befestigt sind, angebracht. (siehe Abbildung 19) Die Kopfplatte hatte eine Stärke von 20 mm und sie war auf der Oberseite mit Flacheisen ausgesteift.

Das Herzstück dieser Variante bildete das System zur Übertragung des Hubes der Aktuatoren auf das Pendel. Die Aktuatoren waren an den Befestigungswinkeln verschraubt und konnten einen Hub von  $\pm 12,7$  mm bewerkstelligen. Bei einem Abstand von 90 mm der Achse des Aktuators zur Pendelachse ergab sich ein Auslenkwinkel von  $8,03^\circ$ . An der Stirnseite der Aktuatoren befand sich ein Winkelausgleichselement, welches mit dem Aktuator und mit einem Mitnahmestück verbunden war. In das Mitnahmestück wurde von unten ein Langloch eingefräst. Dieses Mitnahmestück sicherte die kontinuierliche Führung des Stiftes und des Pendels. Die stabile Führung des Pendels wurde weiters durch zwei Führungsstangen und das Mitnahmestück mittels Kugelbüchsenführungen gewährleistet (siehe Abbildung 18, Abbildung 19).

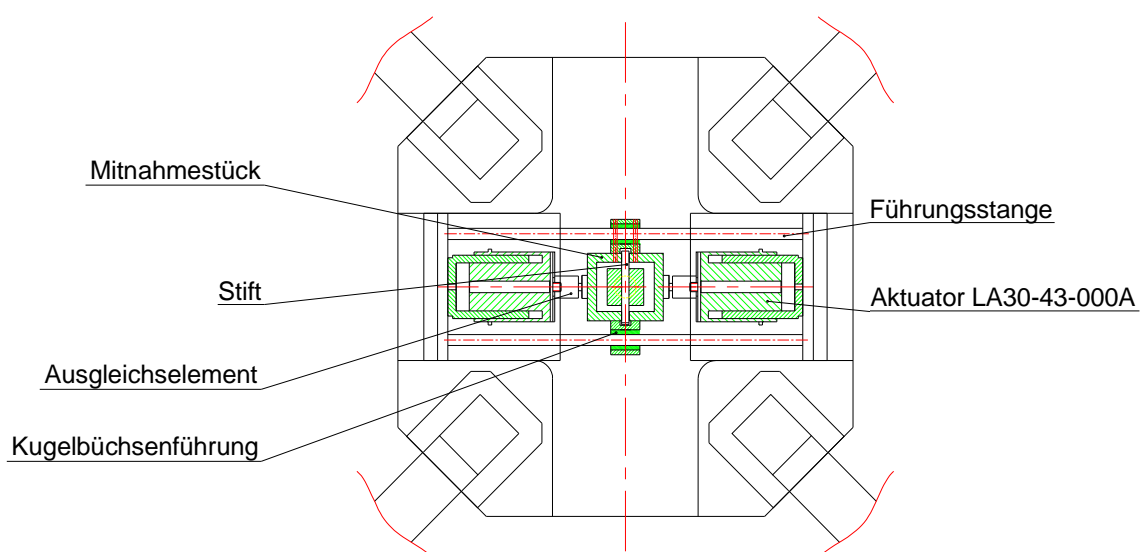


Abbildung 18: Untersicht auf die Kopfplatte, Konstruktionsprinzip für die Aktuatoren,  
Schnitt A-A

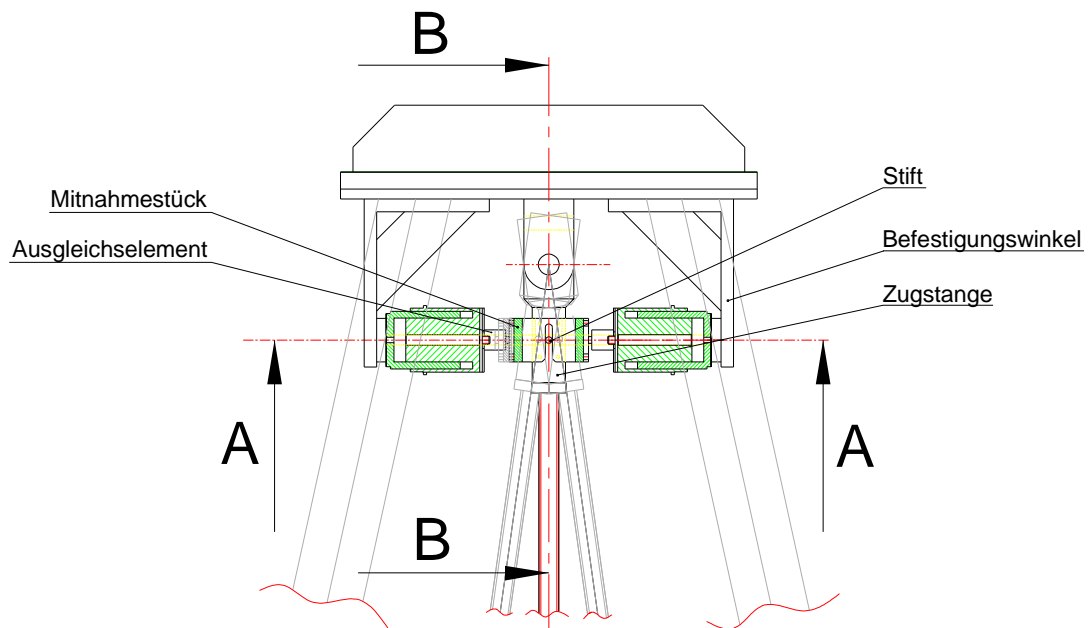


Abbildung 19: Schnitt durch die Kopfplatte der ersten Variantenstudie

Die Lagerung wurde durch einen Bolzen realisiert, auf welchem sich zwei Rillenkugellager befanden. Die Zugstange saß auf den Rillenkugellagern und pendelte um die Achse des Bolzens. Die Gabel wurde mit der Kopfplatte verschraubt und bildete die Basis für die Lagerung. Abbildung 20 zeigt den Schnitt B-B, in welchem die Führungsstangen, die Kugelbüchsenführungen, das Mitnahmestück und der Stift zu erkennen sind.

## Schnitt B - B

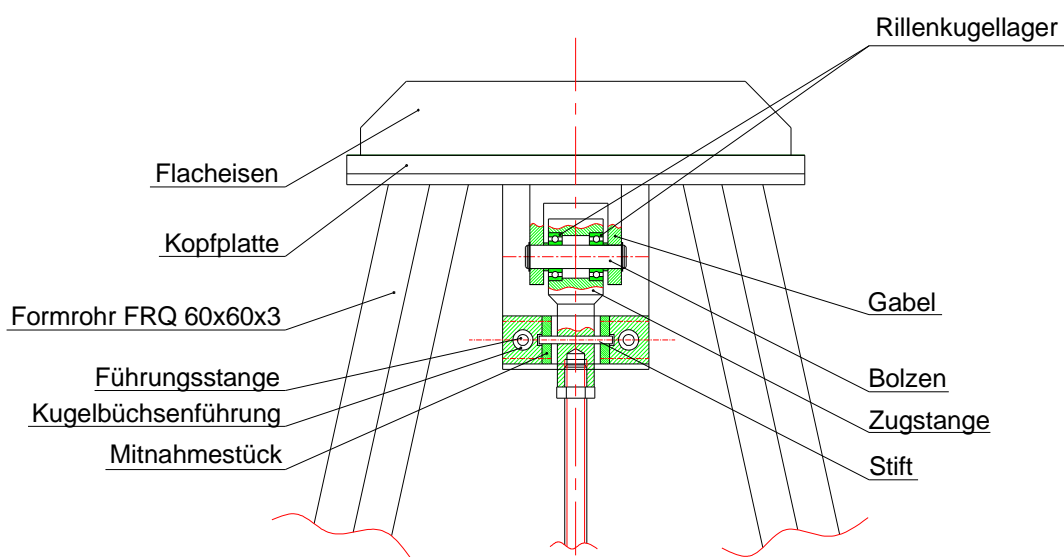


Abbildung 20: Erste Variantenstudie, Schnitt B – B



Das Pendel wurde als ein Gewindestab M 24 konzipiert, an welchem eine Scheibe mit einem Durchmesser von 300 mm und einer Stärke von 40 mm angebracht werden sollte. Diese Scheibe ist in der Höhe mittels zwei Sechskantmuttern verstellbar (siehe Abbildung 21).

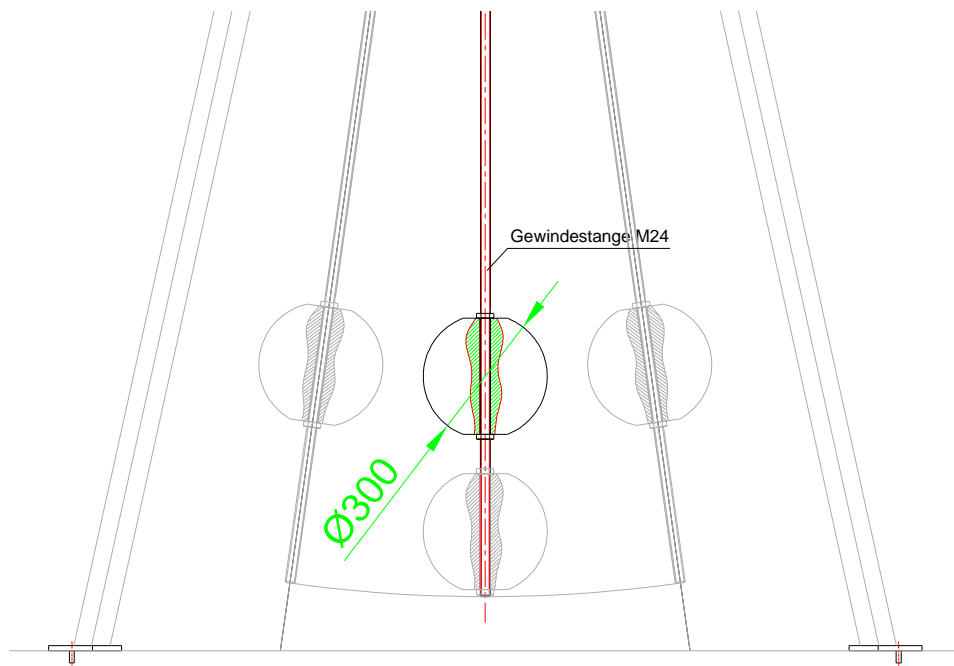


Abbildung 21: Pendelstange und Pendelmasse  $m$  sind in der Höhe verstellbar

Abbildung 22 zeigt für die erste Variantenstudie die Frequenzen der ausgelenkten Pendelmasse in Abhängigkeit der Höhenlage der Pendelmasse (bewegte Masse).

Es zeigt sich in der Abbildung, dass sich bei einem Abstand von 1 m zur Pendelachse eine Frequenz von  $f \sim 0,49$  Hz und bei einem Abstand von 3 m zur Pendelachse eine Frequenz von  $f \sim 0,29$  Hz einstellt.

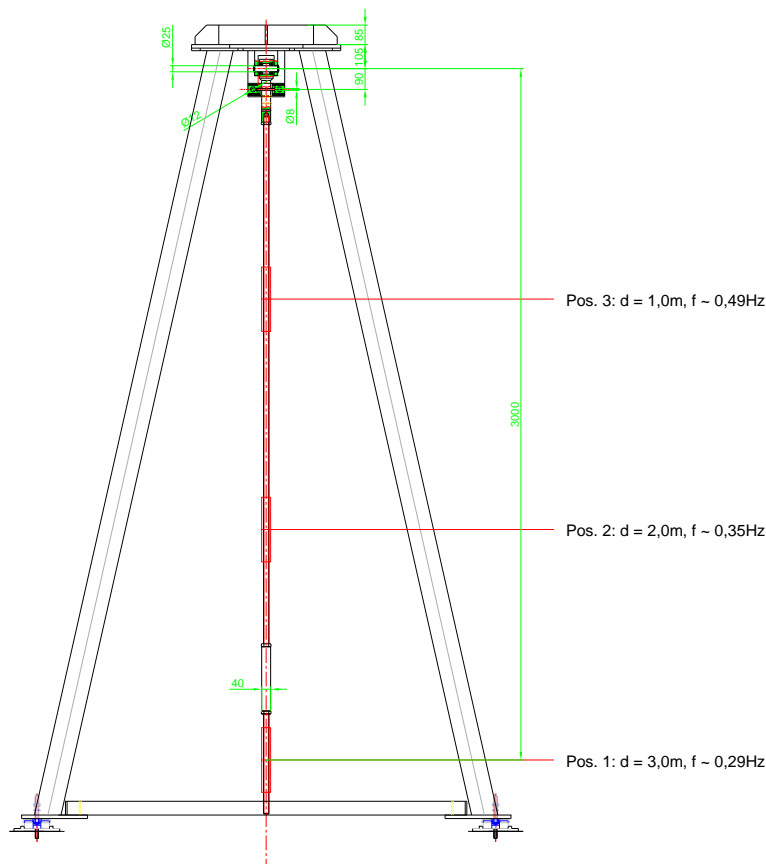


Abbildung 22: Darstellung des Frequenzbereiches in Abhängigkeit vom Abstand zum Drehpunkt

Im Zuge der Betrachtung der ersten Variantenanalyse stellte sich heraus, dass der Auslenkwinkel von  $\pm 8,03^\circ$  für die definierten Forschungsziele nicht ausreichend ist. Folglich erfolgte die Modifikation der ersten Variantenstudie durch Einsatz des Aktuators, BEI Kimco Magnetics Division Vista, CA 92081, Linear Actuator, LA30-75-001A mit einem Hub von  $\pm 25,4\text{ mm}$ , wodurch eine Anpassung der konstruktiven Details erforderlich war. Insbesondere wurde der Befestigungswinkel verändert, wodurch 4 verschiedene Stufen realisierbar waren, um die Kraft einzuleiten. Die 4 Stufen bzw. die 4 Abstände der Achse des Aktuators zur Pendelachse sind: 90 mm, 120 mm, 150 mm und 180 mm.

Aus der Modifikation ergeben sich folgende Lösungsmöglichkeiten in Abhängigkeit der gewählten Aktuatoren::

**a) Aktuator LA30-48-000A: Hub: +/- 12,7 mm (siehe Tabelle 2)**

Tabelle 2: Auslenkwinkel in Abhängigkeit des Abstandes der Aktuatorachse zur Pendelachse bei einem Hub des Aktuators von +/- 12,7 mm

Abstand der Aktuatorachse zur Pendelachse [mm]	Max. mögl. Auslenkwinkel [°]
90	8,03
120	6,04
150	4,84
180	4,04

**b) Aktuator LA30-75-001A: Hub: +/- 25,4 mm (siehe Tabelle 3)**

Tabelle 3: Auslenkwinkel in Abhängigkeit des Abstandes der Aktuatorachse zur Pendelachse bei einem Hub des Aktuators von +/- 25,4 mm

Abstand der Aktuatorachse zur Pendelachse [mm]	Max. mögl. Auslenkwinkel [°]
90	15,76
120	11,95
150	9,61
180	8,03

Die Abbildungen 23 und 24 zeigen die Installationen des Aktuators für die modifizierte Lösung der ersten Variantenstudie.

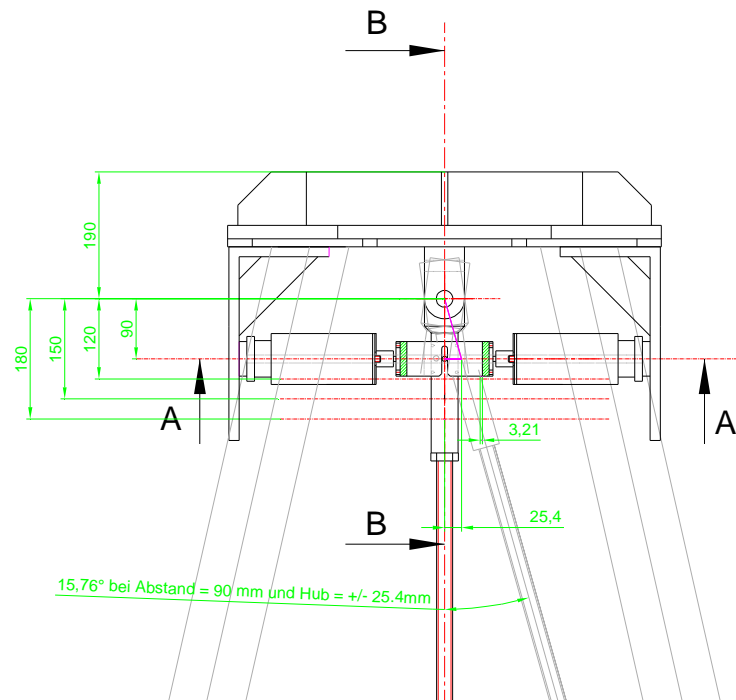


Abbildung 23: Konstruktive Lösung der erweiterten ersten Variantenstudie zur Montage des Aktuators; Abstand zur Drehachse: 90 mm

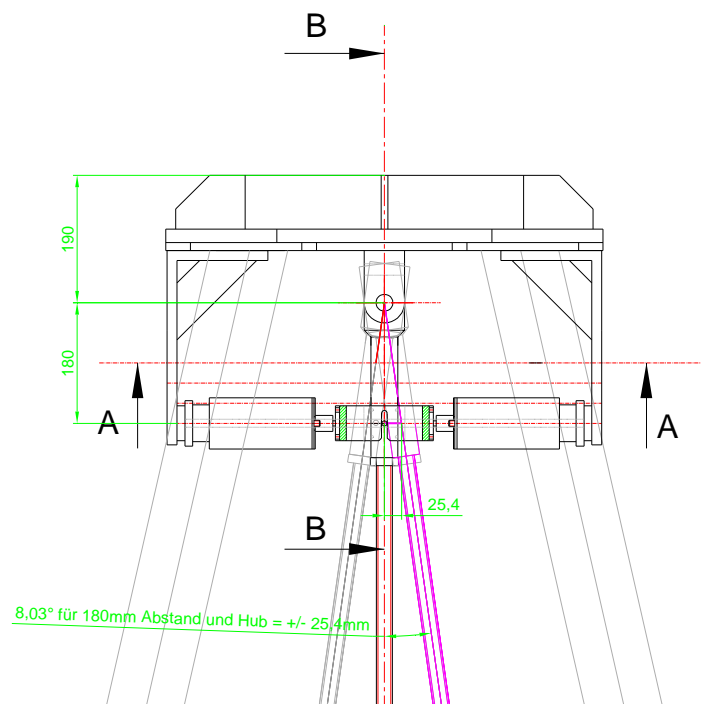


Abbildung 24: Konstruktive Lösung der erweiterten ersten Variantenstudie zur Montage des Aktuators; Abstand zur Drehachse: 180 mm

Die erweiterte erste Variantenstudie erlaubt den Einsatz des Aktuators mit einem Hub von  $\pm 12,7$  mm als auch des Aktuators mit einem Hub von  $\pm 25,4$  mm. Der Einsatz des Aktuators erlaubt die Aufbringung der doppelten Kraft auf die Pendelstange zur Erzeugung der Auslenkung von  $30^\circ$ .

## 4.2 Zweite Variantenstudie

Im Zuge der Besprechung in den Räumlichkeiten der Firma Red Bernard Wien, Nordbahnstraße 36/2.7 am 9. Dezember 2010 wurden die Vorgaben an die Pendelanlage angepasst und adaptiert.

Der zu erreichende Auslenkwinkel des Pendels mit Hilfe des Versuchsstandes wurde von  $\pm 10^\circ$  auf  $\pm 30^\circ$  erhöht. Die schwingende Masse wurde ebenfalls von 30 kg auf 350 kg erhöht und der Frequenzbereich, welche die Bauhöhe definiert, zwischen 0,25 Hz und 0,50 Hz festgelegt. Somit war die ursprünglich vorgegebene Bauhöhe von 3700 mm zu niedrig. Es kam zu einer vollständig neuen Konzeption und Dimensionierung des Versuchsstandes, da ein Auslenkwinkel von  $\pm 30^\circ$  und eine schwingende Masse von 350 kg völlig neue Rahmenbedingungen darstellten. Weiters wurde in der Besprechung die Dimension des Korbes, welcher die Masse des Pendels darstellt, mit den Maßen 2000 mm x 1000 mm x 320 mm definiert. Der Energieeintrag hat anstatt mit dem Linear-Aktuator BEI, Kimco Magnetics Division San Marcos, CA 92069, LA30-48-000A mit einem Linearmotor zu erfolgen. Der Linearmotor bewegt periodisch die Gewichte senkrecht zur Pendelachse in der Schwingenebene wodurch das Pendel in Schwingung versetzt wird. Das Pardon zum Schaukeln, wo man ja ebenfalls nur durch „Füße ausstrecken“ bzw. „Füße einziehen“ die Pendelbewegung der Schaukel ermöglicht.

Aufgrund dieser Vorgaben wurde eine komplett neue Variante, welche ganz neue Bedingungen erfüllen musste, entwickelt. Die Abbildung 25 zeigt die neu entwickelte Struktur.

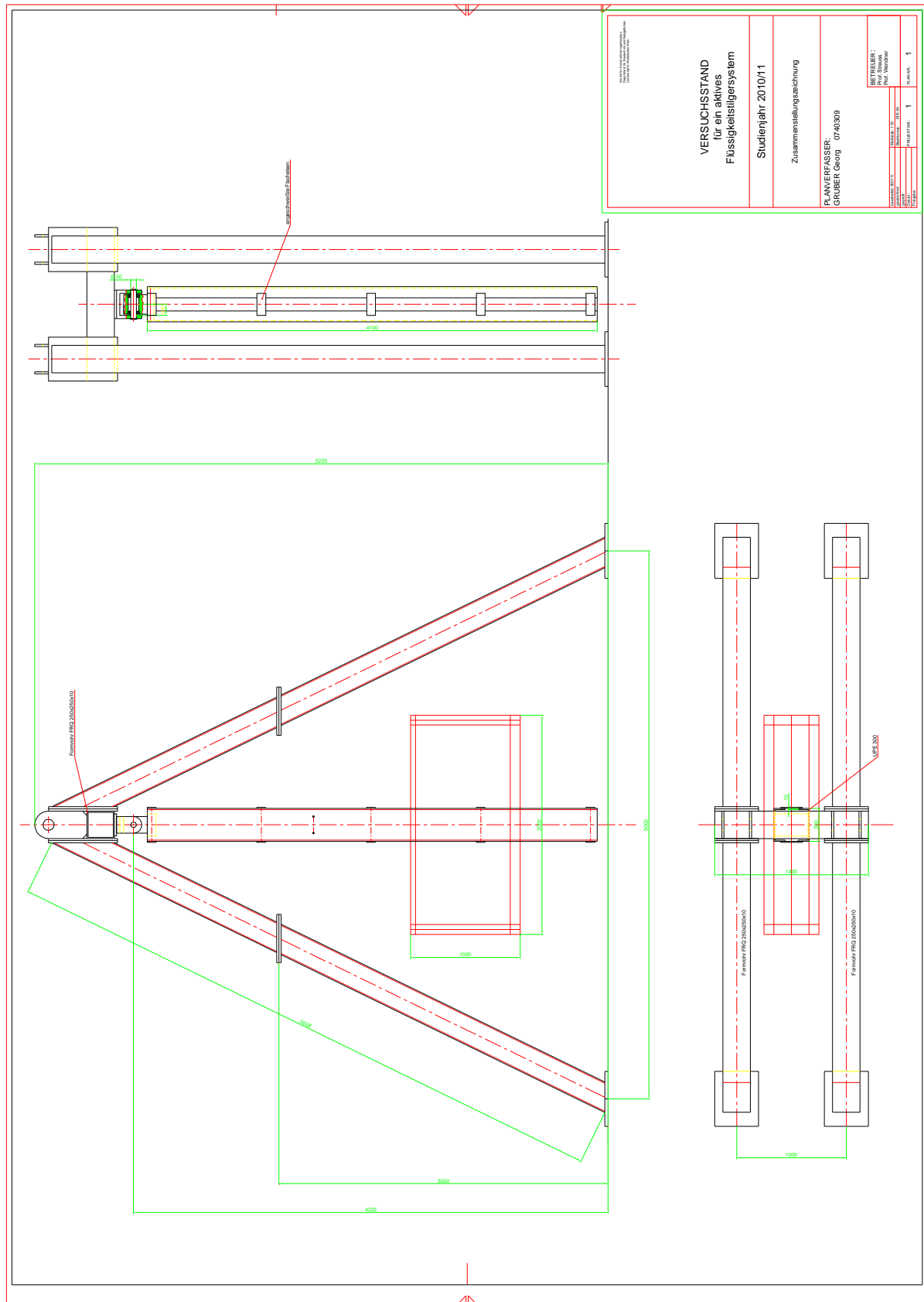


Abbildung 25: Konstruktive Lösung der zweiten Variantenstudie

Bei der zweiten Variantenstudie handelt es sich um eine Formrohrstruktur mit Formrohren der Dimension FRQ 250 mm x 250 mm x 10 mm. Der Versuchsstand ist auf einer Bauhöhe von 3000 mm geteilt, damit der obere Teil, das Aufsetzgestell, einfach bei der Montage auf das Basisgestell mittels Kopfplattenstoß aufgesetzt und verschraubt werden kann (siehe Abbildung 26). Das Basisgestell wird auf dem festen, betonierten Untergrund mittels Dübeln und Schrauben verankert. Die Gesamtbauhöhe beträgt 5225 mm und der Abstand zwischen Pendelachse und festen Untergrund 4325 mm. Mit diesen Abmessungen sind die gewünschten Frequenzbereiche realisierbar.

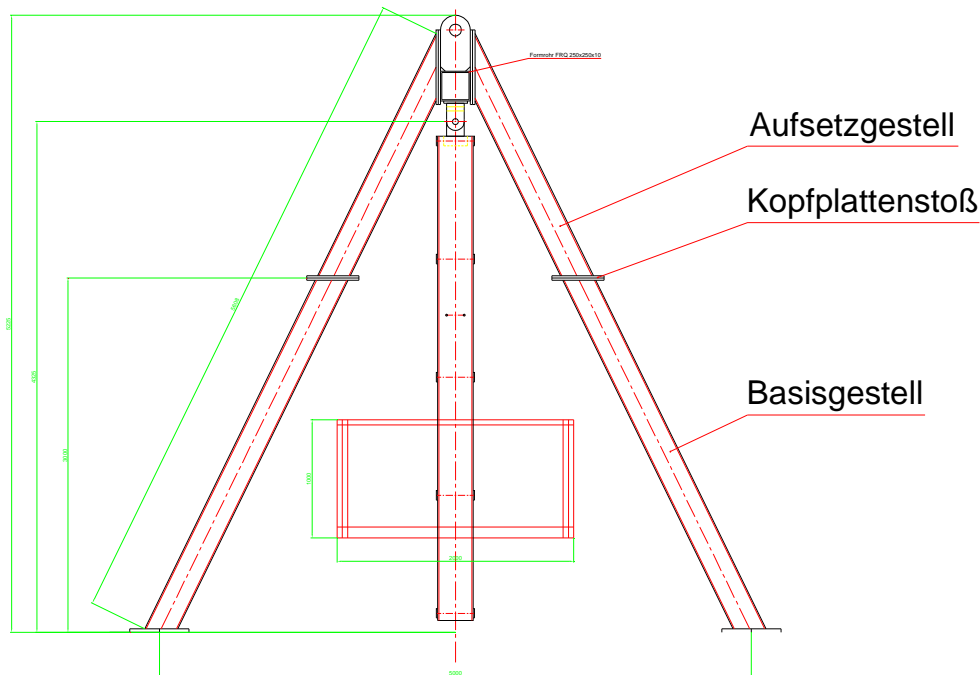


Abbildung 26: Seitenansicht der zweiten Variantenstudie

Der Querholm, auf welchem die Standformrohre ebenfalls mittels Kopfplattenstoß verschraubt werden, hat die Dimension 250 mm x 250 mm x 10 mm. Abbildung 27 zeigt die Querholme mit 4 Laschen, welche die Verbindung zwischen dem Querholm und den Standformrohren herstellen. Diese Konstruktionsart ermöglicht das Kopfgestell mittels Kran und Gurten zu manipulieren.

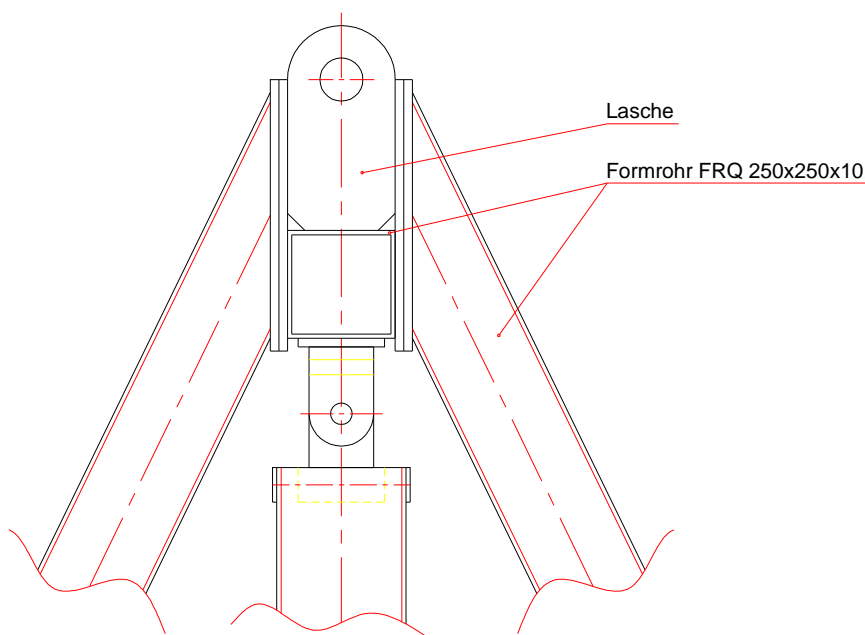


Abbildung 27: Querholm und Laschenlösung der zweiten Variantenstudie

Die Lagerung des Pendels auf der Tragstruktur wird wie in der ersten Variantenstudie mittels Rillenkugellagern realisiert (siehe Abbildung 28). Die Zugstange ist mit 2 UPE 300 Profilen verschweißt (siehe Abbildung 29). Um den definierten Abstand und die Verbindung der beiden UPE 300 Profile mit der Zugstange zu garantieren, sind diese in einem Abstand von 1000 mm mittels angeschweißten Flacheisen befestigt (Abbildung 29).

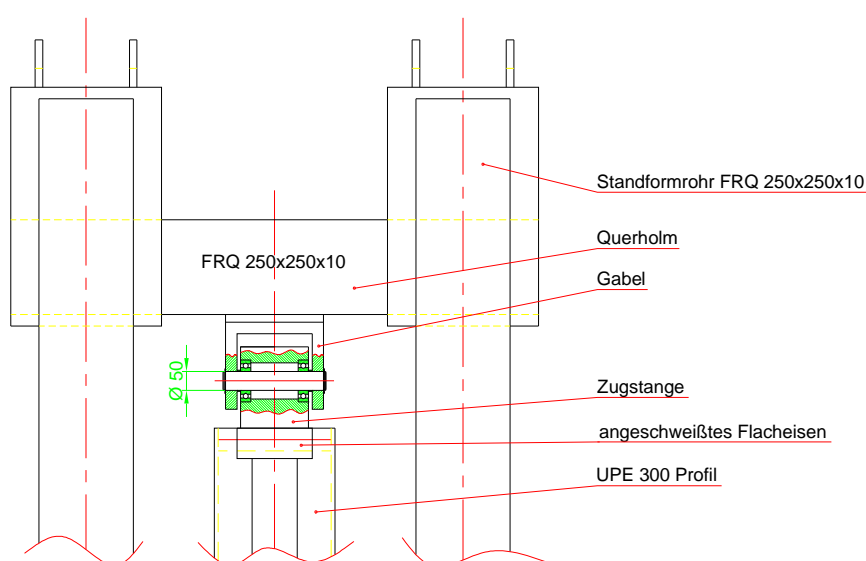


Abbildung 28: Seitenansicht – Lagerung der zweiten Variantenstudie



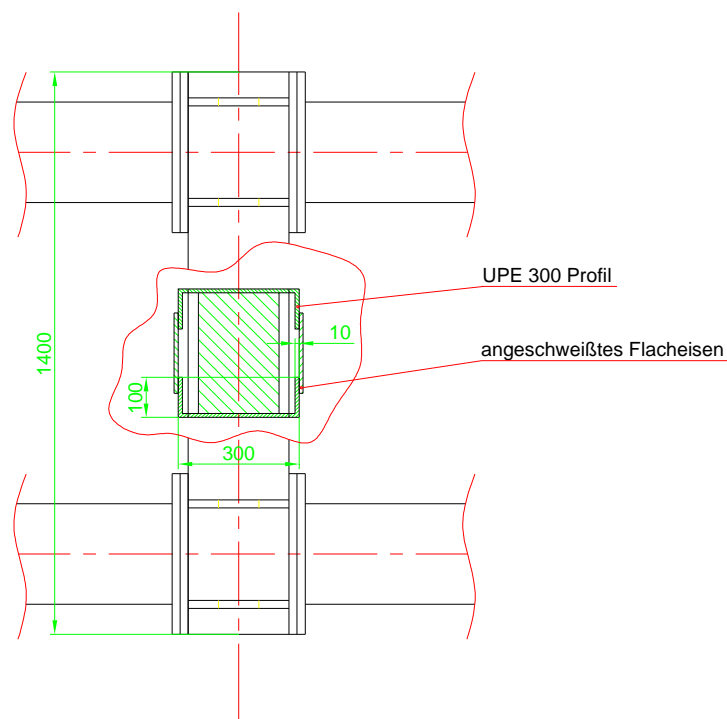


Abbildung 29: Draufsicht – Ausführung des Pendelstabes der zweiten Variantenstudie

### 4.3 Dritte Variantenstudie

Die dritte Variantenstudie basiert auf einem neuen Konstruktionsaufbau.

Die Basis besteht aus einem Formrohrrahmen. Zwei Formrohre mit der Dimension FRQ 200 mm x 200 mm x 10 mm sind mit Formrohren der Dimension FRQ 100 mm x 100 mm x 5 mm verschraubt. Durch diesen Rahmen wird eine stabile Basis geschaffen und die Lagegenauigkeit sichergestellt (siehe Abbildung 30).

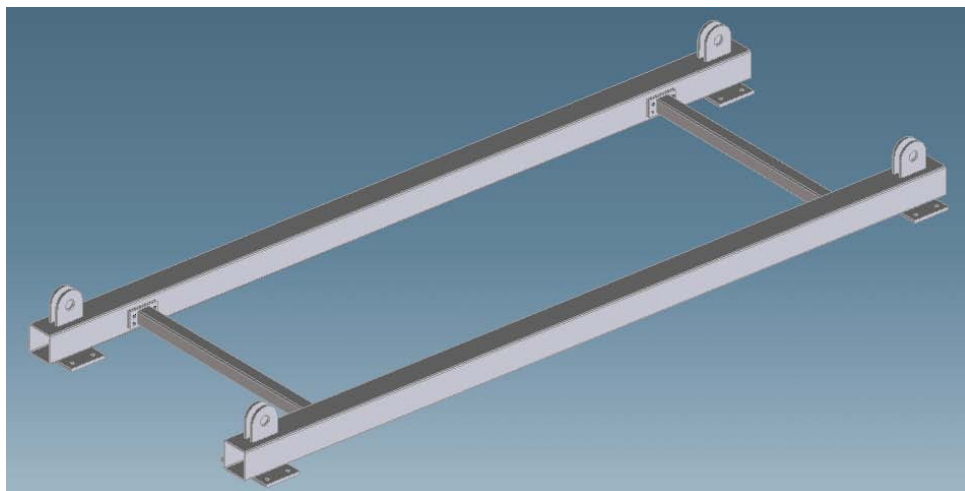


Abbildung 30: Formrohrrahmen

Auf jedem Formrohr befinden sich zwei Stützen, welche aus Rundrohren mit einem Durchmesser von  $d = 168,3 \text{ mm}$  realisiert worden sind. Diese Rundrohre sind mit den Formrohren mittels Rundstählen  $d = 60 \text{ mm}$  befestigt (siehe Abbildung 31).



Abbildung 31: Formrohrrahmen, Stützen, Rundstähle, Abstreben der dritten Variantenstudie

Die Befestigung ist als Bolzen-Verbindung ausgeführt worden, wobei die durchgehenden Rundstähle die Funktion des Bolzens übernehmen. Die formschlüssige Verbindung erfolgt mittels Splinten. Um die Konstruktion und insbesondere die Ecken auszusteifen, wurden Abstreben zwischen den Rundstählen und den Stützen mit Rundrohren der Dimension  $d = 76 \text{ mm}$  angeordnet. Weiters werden die Schnittgrößen und somit auch die Durchbiegung des oberen Rundstahls durch die Abstreben klein gehalten, da diese die Feldlänge von  $1800 \text{ mm}$  auf  $600 \text{ mm}$  verkleinern (siehe Abbildung 31 und Abbildung 32).



Abbildung 32: Detailansicht der Abstreben und Bolzenverbindungen der dritten Variantenstudie

Das Herzstück des Versuchsstandes bildet die Lagerung. Am oberen Rundstahl werden 2 Laschen angeschweißt, welche die Abhängung für die Lagerung bilden. Zwischen den Laschen befindet sich der Lageradapter mit den seitlich angeschraubten Y-Flanschlagereinheiten. In der Flanschlagereinheit befindet sich ein Rillenkugellager SKF, YAR 212-2F (siehe Abbildung 34). Die Welle mit  $d = 60 \text{ mm}$  wird mittels einer h6-Passung durchgeschoben. Die Lagereinheit wird mittels Gewindestiften an die Welle geklemmt. Es dreht sich somit der Außenring des Lagers. Die axiale Sicherung und Befestigung erfolgt mittels eines Flansches, welcher einerseits mit der Lasche und andererseits mit der Welle verschraubt ist (siehe Abbildung 33).

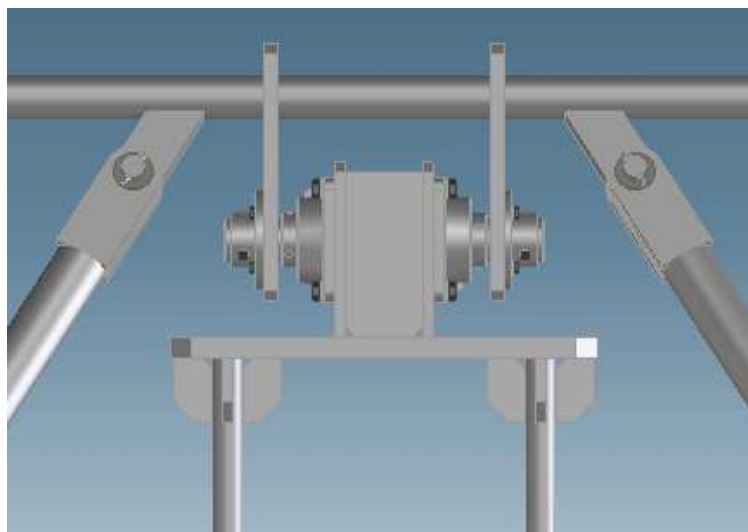


Abbildung 33: Detailansicht der Lagerung der dritten Variantenstudie

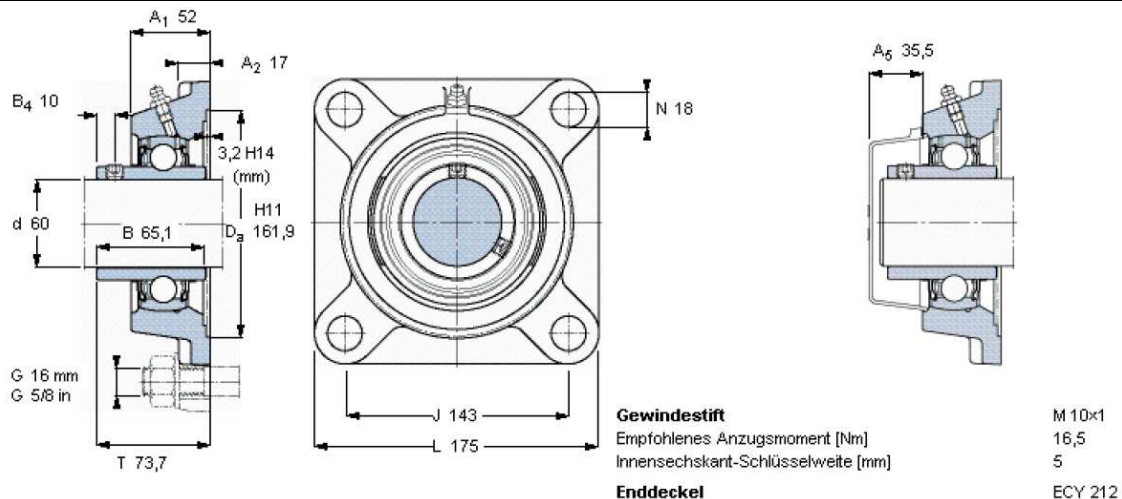


Abbildung 34: Datenblatt der Flanschlagerereinheit der dritten Variantenstudie

Die Pendelaufnahme erfolgt durch den oben beschriebenen Lageradapter. An diesem Adapter ist die Kopfplatte mit den Abmessungen 660 mm x 600 mm x 30 mm angeschweißt. Abbildung 33 zeigt die Kopfplatte, an welcher von unten vier Rundrohre mit einem Durchmesser von  $d = 42,4$  mm angebracht werden. Die Befestigung erfolgt durch Verschweißung der vier Laschen je Rundrohr mit der Kopfplatte und dem Rundrohr.

Die Rundrohre dienen als Aufnahme und Führung für den von der Firma Red Bernard angefertigten Korb. Abbildung 35 zeigt eine Gesamtübersicht des Versuchsstandes mit drei verschiedenen Korbstellungen (Massenstellungen).



Abbildung 35: Darstellung des Versuchsstandes und Darstellung der verschiedenen Korbagen

Weiters ist eine Blechabdeckung, wie in Abbildung 36 ersichtlich, auf den Abhängungslaschen zu montieren, um die Pendellagerung vor den Einflüssen der Witterung (insbesondere Regen, Nässe und Schnee) zu schützen. Durch diesen Schutz wird die Langlebigkeit der Lagerung erhöht.

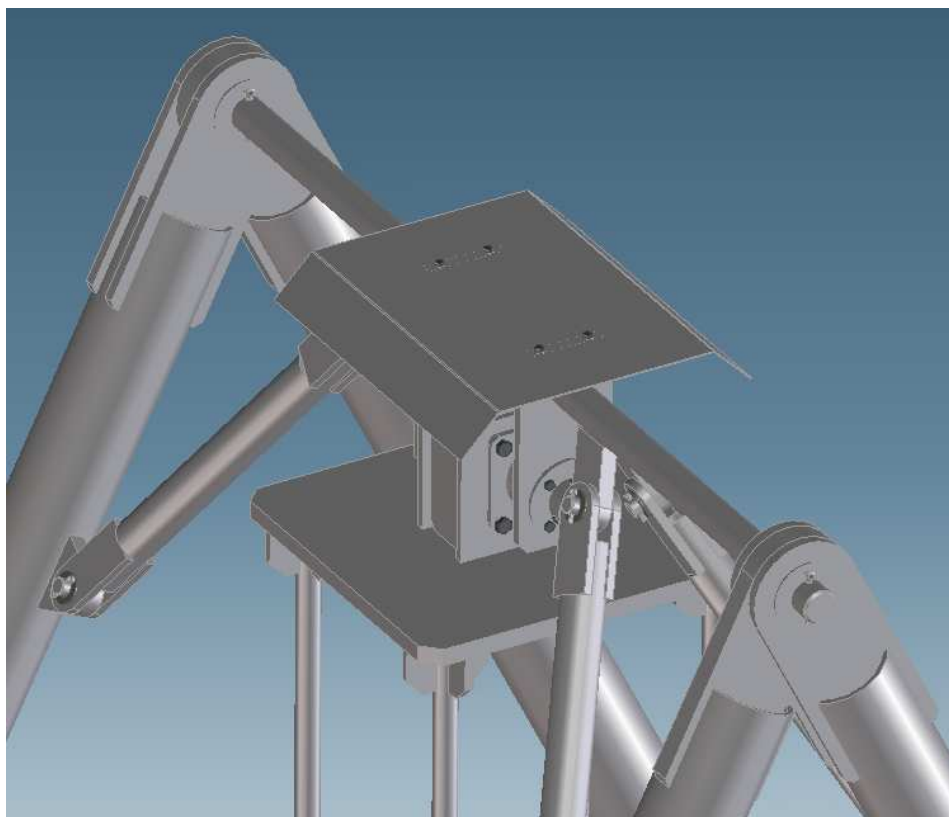


Abbildung 36: Blechabdeckung

#### 4.4 Variantenanalyse und Variantenbewertung

In der Variantenanalyse wurden charakteristische Kriterien für die drei Varianten festgelegt und bewertet.

Für die Analyse und Bewertung der Kriterien wurde das Schulnoten-Schema wie folgt angewandt:

sehr gut .....	1
gut .....	2
befriedigend .....	3
genügend .....	4
nicht genügend .....	5



Als Auswahlbasis für die optimale Wahl aus den drei Variantenstudien dienten folgende Kriterien und kurze Kommentare der folgenden Tabelle 4.

Zu bemerken ist, dass die Varianten für unterschiedliche Randbedingungen entworfen wurden.

Tabelle 4: Analyse und Bewertung der verschiedenen Varianten

KRITERIEN:	VARIANTE 1		VARIANTE 2		VARIANTE 3	
FREQUENZ-BEREICH	1	0,29 Hz – 0,50 Hz	1	0,25 Hz – 0,50 Hz	1	0,25 Hz – 0,50 Hz
BAU-HÖHE	1	3700mm	3	5225mm	3	5438mm
PLATZ-BEDARF	1	geringe Gesamthöhe, Aufstellen im Labor des Schwachhöferhauses möglich	3	Aufstellung in der IKI-Prüfhalle, Aufstellung im Freien	3	Aufstellung in der IKI-Prüfhalle, Aufstellung im Freien
VERTIKALE VERSCHIEB-BARKEIT	1	Ausführung des Pendels als Gewindestab, Verstellbarkeit der Anbauscheibe durch 2 Sechskantmuttern gegeben	2	Pendel durch 2 UPE 300 Profile realisiert, Verbindung der beiden Profile durch Flacheisen, Profile dienen als Führung	2	Pendel durch 4 Rundrohre mit $d = 42,4 \text{ mm}$ hergestellt, Realisierung der Höhenverstellbarkeit durch eine Winde, Abspannung des Korbes mit Seilen
SCHWING-ENDE MASSE	1	Auslegungsgewicht: 30 kg	1	Auslegungsgewicht: 350 kg	1	Auslegungsgewicht: 350 kg
AUSLENK-WINKEL	1	+/- 15,76°	1	+/- 30°	1	+/- 30°
LAGERUNG	2	Rillenkugellagerung	2	Rillenkugellagerung	1	Flanschlagereinheit (Rillenkugellagerung)
ANREGUNG DES SYSTEMS	4	Aktuator: Hub +/- 12,7mm, Anbau	3	Anregung mit einem Linearmotor;	1	Anregung mit einem Linearmotor;



		an die Kopfplatte – hoher Kraftaufwand erforderlich,		Einfache Konstruktion, Befestigung des Linearmotors direkt auf den Korb -jedoch außermittig		Einfache Konstruktion, Befestigung des Linearmotors direkt auf den Korb
STABILITÄT	2	Formrohrgestell, FRQ 60 x 60 x 3	1	Formrohrgestell, FRQ 250 x 250 x 10, massiver Querholm, keine Abstreben	1	Formrohrbasis FRQ 200 x 200 x 10, Realisierung der Stützen durch Rundrohre mit d = 168,3 mm und t = 10 mm; Ausführung des Querholms mit einem Rundstahl d = 60 mm,
GEWICHT	1	Durch geringere Bauhöhe, geringen Auslenkwinkel und geringer Masse ergeben sich schlanke Dimensionen der Querschnitte	3	Sehr massive Bauweise, große Dimension der Formrohre → sehr hohes Gewicht des Versuchsstandes	1	Durch die Abstreben sind geringere Dimensionen der Tragkonstruktion möglich, Vorsehung von Zusatzlaschen auf Rundrohren – Zusatzabstreben möglich; Gewichtersparnis gegenüber Variante 2
MODULARE BAUWEISE	1	Kopfplatte dient als Referenz und Basis für die gesamte Anlage, Schraub-	2	Teilung des Versuchsstandes auf einer Bauhöhe von 3000mm, einfache	1	Einfache Montage, demontierbar in Einzelteile, Abhängung der Lagerung, universell





		konstruktion, demonitierbar		Montage, Schraub- konstruktion, demonitierbar		einsetzbar, Gestell kann für andere Versuche ebenfalls genutzt werden
EINFACH- HEIT	4	Führung erforderlich, aufwendige Konstruktion zur Übertragung des Hubes der Aktuatoren auf das Pendel notwendig,	3	Einfacher Aufbau, vertikale Verschiebbarkeit durch ein zentrisches Pendel geht zu Lasten des Linearmotors (ist außermittig zu platzieren)	1	Einfaches Prinzip, Ausführung vieler Verbindungen mittels Bolzen, Scheiben und Splinten, einfache Fertigung der Bauteile
KOSTEN	1	Günstigste Variante, schlanke Dimension der Formrohre aufgrund der Rahmen- bedingungen	4	Sehr massive und dadurch kost- spielige Variante.	2	Schlankere Ausführung des Versuchsstandes als Variante 2 aufgrund der ausgebildeten Abstreibungen

## 1. Variante

Zusammenfassend fällt bei der ersten Variante die Bewertung gut aus.

Es handelt sich um eine kompakte Konstruktion mit schlanken Dimensionen der verwendeten Formrohre. Die vertikale Verschiebbarkeit wird durch einen Gewindestab, auf welchem eine Anbauscheibe montiert ist, realisiert.

Die Anregung des Systems mit den Aktuatoren erweist sich als Schwachpunkt. Die Aktuatoren sind mit dem Gestell verbunden. Somit wird das Pendel im oberen Bereich ausgelenkt. Die kurze Distanz zwischen Pendelachse und Angriffspunkt des Aktuators erfordert einen erhöhten Kraftbedarf. Weiters ist eine aufwendige Konstruktion zur Übertragung des Hubes der Aktuatoren auf das Pendel erforderlich.

Zu bemerken ist, dass für diese Variante andere Vorgaben als für die Variante zwei und Variante drei angenommen wurden. Durch die geänderten Rahmenbedingungen scheidet die Variante eins aus.



## **2. Variante**

Die Bewertung der 2. Variante ist zufriedenstellend. Die robuste, massive Konstruktion hält den dynamischen Beanspruchungen stand. Die groben Dimensionen sind aber auch der Grund für hohes Gewicht und damit verbundenen hohen Kosten.

Das Pendel wird durch zwei UPE 300 Profile realisiert, welche mit Flacheisen verbunden sind. Die Profile dienen als Führung für die Höhenverstellbarkeit. Durch die zentrische Lage des Pendels muss jedoch der Linearmotor für die Anregung des Systems außermittig angeordnet werden.

## **3. Variante**

Hier handelt es sich um eine einfache, wirtschaftliche und universelle Konstruktion, welche eine gute Bewertung erhält. Der Formrohrrahmen bildet eine solide Basis für die sich darauf befindlichen Stützen. Durch die Ausbildung von Abstreben konnte der Querholm durch einen Rundstahl schlank ausgebildet werden. Zusätzlich sind Laschen auf den Rundrohren angeschweißt, welche eine Zusatzabstreben für große Belastungen ermöglichen. Die Verbindungen sind einfach durch Bolzen, Scheiben und Splinte oder durch einfache Schraubverbindungen ausgeführt. Weiters kann der Versuchsstand für andere Zwecke verwendet werden, da die Lagerung und das Pendel einfach demontierbar sind.

Die 3. Variante wurde als Gewinner bewertet, da sie die geforderten Funktionen sowohl technisch als auch wirtschaftlich erfüllt. Daher wird diese Variante für die weitere Detailplanung und Berechnung der wesentlichen Maschinenelemente herangezogen.

## 5 Detailplanung der gewählten Variante

### 5.1 3-D Konstruktion

Die Konstruktion erfolgte mit dem 3-D-Programm „CoCreate – Modeling Personal Edition“.

Dabei handelt es sich um eine direkte 3D-CAD-Software für die Mechanik-Konstruktion. Mit der Software ist es möglich, eine realistische 3D-Modellierung in Echtzeit durchzuführen.

Der große Vorteil besteht darin, dass aus den entworfenen 3D-Modellen die entsprechenden 2D-Ansichten automatisch erstellt werden können. Diese Ansichten sind entsprechend aufzubereiten. Eine eindeutig definierte Bemaßung, Oberflächenkennzeichen sowie Form- und Lagetoleranzen sind vom Konstrukteur im 2D-Modul zu ergänzen. Ändert man die Geometrie des 3D-Modelles, so wird die 2D-Zeichnung automatisch auf die aktuelle 3D-Geometrie modifiziert. Dies bringt große Vorteile mit sich, da sowohl dem Konstrukteur als auch dem Auftraggeber die Anlage bereits in der Konstruktion optimal visualisiert werden kann.

Die Entwürfe sind, wie in Punkt 4.3 beschrieben, im 3D-Modul angefertigt worden.

## 5.2 Grundlegende Berechnung der Bauteile und Maschinenelemente

### 5.2.1 Berechnung der Durchbiegung des Rundstahles

In der Abbildung 37 ist der Rundstahl inklusive der Abstützungen dargestellt. Es wird die Durchbiegung berechnet.

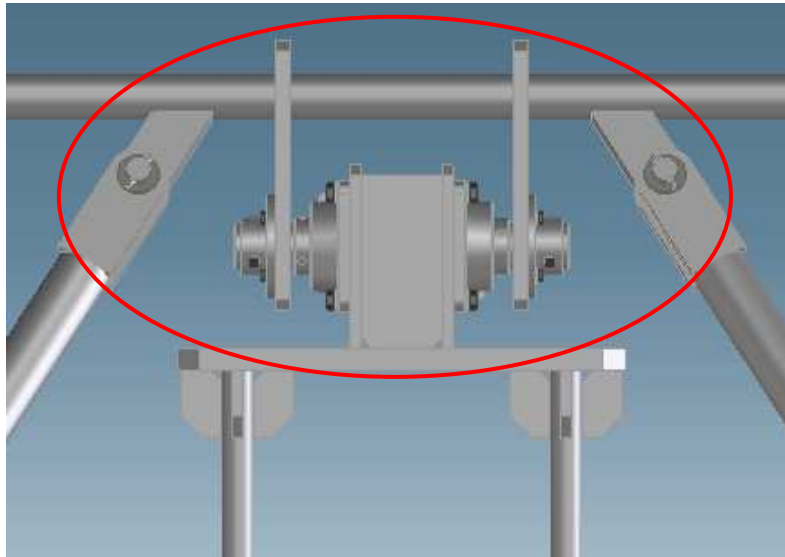


Abbildung 37: Darstellung des Rundstahls inklusive Abstützungen

In der Abbildung 38 wird als Vereinfachung folgendes Ersatzsystem betrachtet:

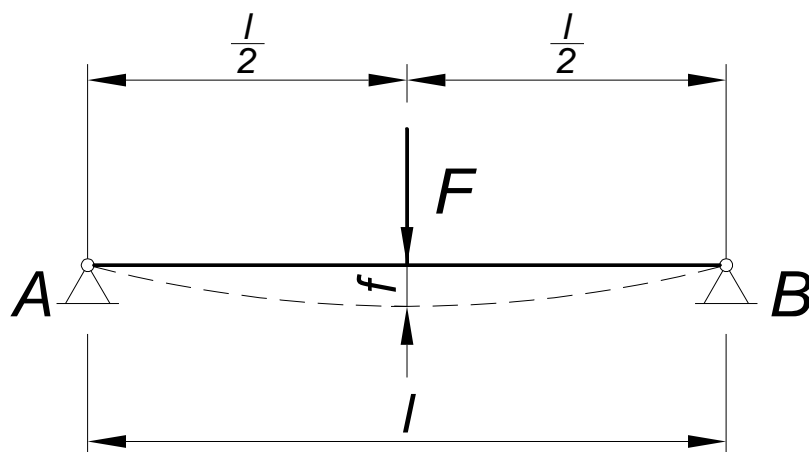


Abbildung 38: Darstellung des Ersatzsystems zur Berechnung der Durchbiegung des Rundstahls

Für die Berechnung werden die folgenden Daten herangezogen:

$$m = 600 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$l = 600 \text{ mm} = 0,6 \text{ m}$$

Die Kraft, die das Pendel auf den Rundstahl ausübt, ergibt sich zu:

$$F = m \cdot g \quad (5.1)$$

$$F = 600 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\underline{\underline{F = 5886 \text{ N}}}$$

Das Trägheitsmoment  $I$  des Rundstahls berechnet sich nach Bergmeister (2008) zu:

$$d = 60 \text{ mm}$$

$$I = \frac{d^4 \cdot \pi}{64} \quad (5.2)$$

$$I = \frac{(60 \text{ mm})^4 \cdot \pi}{64}$$

$$\underline{\underline{I = 636173 \text{ mm}^4}}$$

Unter Zuhilfenahme der Formel nach Friedrich et al. (1998) wird die Durchbiegung ermittelt.

$$l = 600 \text{ mm}$$

$$E = 210000 \text{ N/mm}^2$$

Folglich ergibt sich bei einer Belastung von 600 kg eine Durchbiegung von:

$$f = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I} \quad (5.3)$$

$$f = \frac{5886 \text{ N} \cdot (600 \text{ mm})^3}{48 \cdot 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 636173 \text{ mm}^4}$$

$$\underline{\underline{f = 0,198 \text{ mm}}}$$

## 5.2.2 Berechnung der Biegespannung

In der Abbildung 39 ist der Momentenverlauf dargestellt.

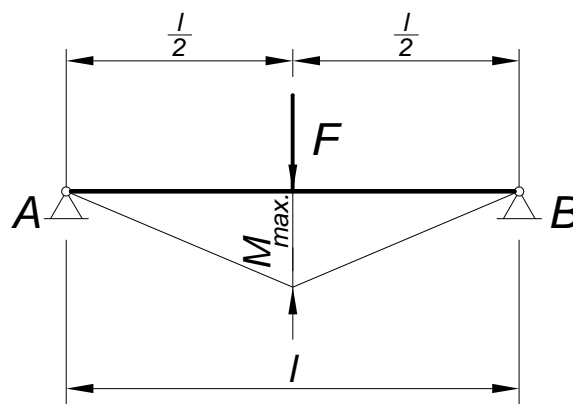


Abbildung 39: Darstellung des Momentenverlaufes

Es wird das Biegemoment  $M_{\max} = M_b$  berechnet.

$$\begin{aligned}
 M_b &= \frac{F \cdot l}{4} \\
 M_b &= \frac{5886 \text{ N} \cdot 600 \text{ mm}}{4} \\
 M_b &= 882900 \text{ Nmm} \\
 \underline{\underline{M_b}} &= \underline{\underline{882,9 \text{ Nm}}}
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Das Widerstandsmoment  $W_x$  berechnet sich nach Friedrich et al. (1998) zu:

$$\begin{aligned}
 W_x &= \frac{d^3 \cdot \pi}{32} \\
 W_x &= \frac{(60 \text{ mm})^3 \cdot \pi}{32} \\
 \underline{\underline{W_x}} &= \underline{\underline{21206 \text{ mm}^3}}
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Somit ist die Biegespannung ermittelbar (Friedrich et al., 1998):

$$\begin{aligned}
 \sigma_{b \text{ vorh}} &= \frac{M_b}{W_x} \\
 \sigma_{b \text{ vorh}} &= \frac{882900 \text{ Nmm}}{21206 \text{ mm}^3} \\
 \underline{\underline{\sigma_{b \text{ vorh}}}} &= \underline{\underline{41,63 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

Nach dem Eurocode 3 (Stahlbau nach EC 3) sind die Beanspruchungen mit dem jeweiligen Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_F$  zu multiplizieren (Schneider, 2000). Es folgt somit:

$$\sigma_{b\ vorh} = \sigma_{bk}$$

$$\sigma_{bd} = \gamma_F \cdot \sigma_{bk}$$

$$\sigma_{bd} = 1,35 \cdot 41,63 \frac{N}{mm^2} \quad (5.7)$$

$$\underline{\underline{\sigma_{bd} = 56,2 \frac{N}{mm^2}}}$$

Die Biegewechselfestigkeit beträgt für den Werkstoff S235JR bei schwingender Beanspruchung (Matek et al., 2001a):

$$\sigma_{b\ WN} = 180 \frac{N}{mm^2}$$

$\sigma_{b\ WN}$  ... Biegewechselfestigkeit

Nach dem Konzept des Eurocode 3 wird der Bemessungswert für den Werkstoff S235 JR (=Widerstand) durch Division mit dem Teilsicherheitsbeiwert für Stahl folgendermaßen ermittelt (Schneider, 2000):

Statisch:

$$f_{yd\_stat} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{S\_stat}}$$

$$f_{yd\_stat} = \frac{235 \frac{N}{mm^2}}{1,1} \quad (5.8)$$

$$\underline{\underline{f_{yd\_stat} = 213,64 \frac{N}{mm^2}}}$$



Dynamisch:

$$f_{yd\_dyn} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{S\_dyn}}$$

$$f_{yd\_dyn} = \frac{235 \frac{N}{mm^2}}{1,3} \quad (5.9)$$

$$\underline{\underline{f_{yd\_dyn} = 180,8 \frac{N}{mm^2}}}$$

Es zeigt sich, dass die Biegezugfestigkeit  $\sigma_{b\,WN}$  nach DIN 743-2 (Matek et al., 2001a) dem Bemessungswert für dynamische Beanspruchung  $f_{yd\_dyn}$  nach dem Konzept des gültigen Eurocodes 3 entspricht.

Vergleicht man nun die Einwirkung mit dem Widerstand, so zeigt sich:

$$\sigma_{bd} < f_{yd\_dyn}$$

$$\underline{\underline{56,2 \frac{N}{mm^2} < 180,8 \frac{N}{mm^2}}}$$

Der Nachweis konnte somit erbracht werden.

### 5.2.3 Berechnung der Druckspannung der Stützen

Abbildung 40 zeigt die Darstellung des Systems zur Berechnung der Druckspannung der Stützen. Neben der Kraft, die das Pendel auf die Stützen ausübt, ist auch das Eigengewicht der Stützen zu berücksichtigen.

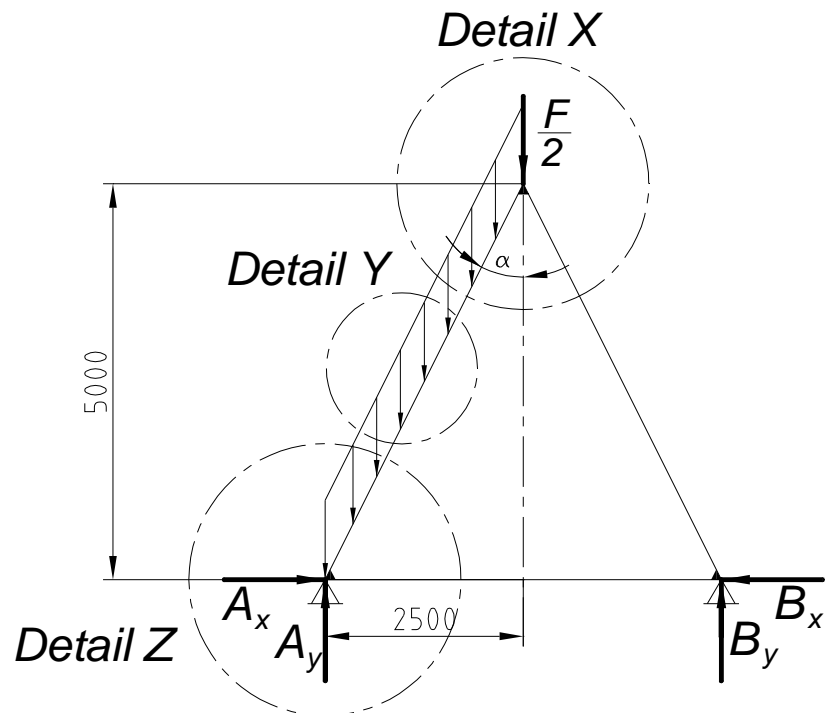


Abbildung 40: Darstellung des Systems zur Berechnung der Druckspannung der Stützen

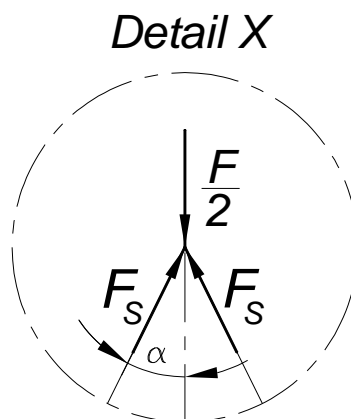


Abbildung 41: Wirkende Kräfte auf die Stütze im Kopfbereich

Die Stützkraft, die sich aufgrund der Kraft des Pendels ergibt, ist in Abbildung 41 dargestellt.





Der halbe Öffnungswinkel  $\alpha$  berechnet sich wie in Abbildung 40 ersichtlich zu:

$$\tan \alpha = \frac{GK}{AK} \quad (5.10)$$

$$\tan \alpha = \frac{2500\text{mm}}{5000\text{mm}}$$

$$\alpha = \arctan \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 26,565^\circ$$

Aufgrund des Prinzips des Knotengleichgewichtes wird die wirkende Kraft  $F$ , die in der Gl. (5.1) berechnet ist, halbiert. Die Kraft teilt sich auf die beiden Seiten des Versuchsstandes auf.

$$\Sigma V = 0: \frac{F}{2} - F_s \cdot \cos \alpha - F_s \cdot \cos \alpha = 0 \quad (5.11)$$

Aus Gl. (5.11) ergibt sich nach Multiplikation mit dem Teilsicherheitsbeiwert für ständige Einwirkungen für  $F_s$ :

$$F_{s,d} = \gamma_G \cdot \frac{F}{2 \cdot 2 \cdot \cos \alpha} \quad (5.12)$$

$$F_{s,d} = 1,35 \cdot \frac{F}{4 \cdot \cos \alpha}$$

Für die zuvor ermittelte Kraft  $F = 5886 \text{ N}$  und dem Winkel  $\alpha = 26,565^\circ$  ergibt sich eine Stützkraft von  $2221,0 \text{ N}$  nach Gl. (5.12).

Das Eigengewicht der Stützen ist in der Berechnung zu berücksichtigen:

Das Gewicht der Formrohrdimension mit  $D = 168,3 \text{ mm}$  und  $s = 10 \text{ mm}$  wie in Abbildung 42 dargestellt beträgt  $39,00 \text{ kg/m}$  (Frankstahl, 2012).

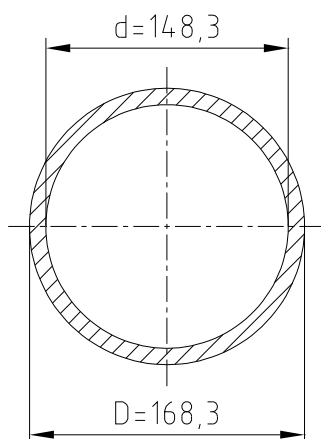


Abbildung 42: Darstellung des Querschnittes der Stütze

Die Berechnung der Eigengewichtskraft ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}
 G &= m \cdot g \\
 G &= 39,00 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\
 \underline{\underline{G &= 383 \frac{\text{N}}{\text{m}}}}
 \end{aligned}
 \tag{5.13}$$

Für die Berechnung der Druckkraft in der Stütze im Fußpunkt ist der Anteil der Kraft entscheidend, welcher in der Wirkungsline der Stütze verläuft. In Abbildung 43 kommt es zur Transformation der Kräfte.

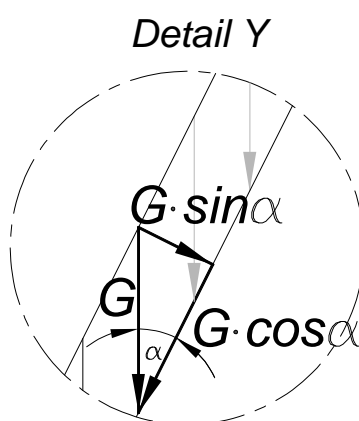


Abbildung 43: Transformation der Eigengewichtskraft in die Wirkungsline der Stütze

Die Komponente der Eigengewichtskraft in der Wirkungsline der Stütze für die Länge von einem Meter berechnet sich wie folgt:

$$G_{Stütze} = G \cdot \cos \alpha$$

$$G_{Stütze} = 383 \frac{N}{m} \cdot \cos 26,565^\circ \quad (5.14)$$

$$\underline{\underline{G_{Stütze} = 342,6 \frac{N}{m}}}$$

Damit man die Kraft, die am Fußpunkt der Stütze wirkt erhält, ist die Eigengewichtskraft der Stütze mit der Stützenlänge zu multiplizieren:

$$G_{Gesamt\_Fußpunkt} = G_{Stütze} \cdot l_{Stütze}$$

$$G_{Gesamt\_Fußpunkt} = 342,6 \frac{N}{m} \cdot 5,2m \quad (5.15)$$

$$\underline{\underline{G_{Gesamt\_Fußpunkt} = 1781,5N}}$$

Durch Multiplikation mit dem Teilsicherheitsbeiwert aus ständigen Einwirkungen ergibt sich für den Bemessungswert:

$$G_{Gesamt\_Fußpunkt,d} = \gamma_F \cdot G_{Gesamt\_Fußpunkt}$$

$$G_{Gesamt\_Fußpunkt,d} = 1,35 \cdot 1781,5N \quad (5.16)$$

$$\underline{\underline{G_{Gesamt\_Fußpunkt,d} = 2405N}}$$

In der Abbildung 44 werden die Kräfte, die beim Lager A wirken, dargestellt.

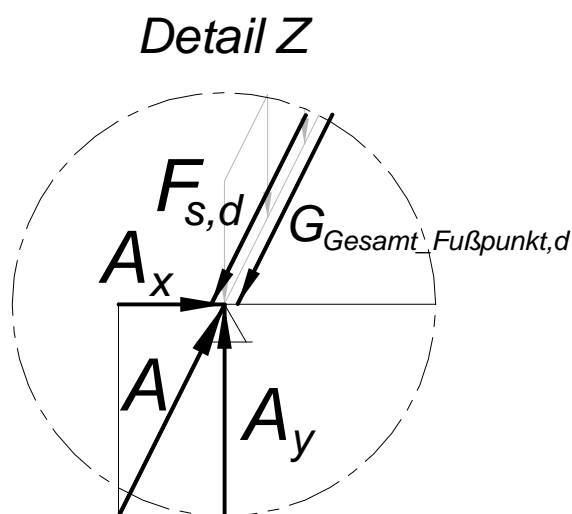


Abbildung 44: Darstellung der Kräfte, die im Fußpunkt (im Lager A) wirken

Da die Summe der Kräfte im Punkt A aufgrund der Gleichgewichtsbedingungen 0 sein muss, erhält man die Lagerkraft A durch folgenden Ansatz:

$$\begin{aligned} A &= F_{S,d} + G_{\text{Gesamt\_Fußpunkt},d} \\ A &= 2221,0N + 2405N \\ \underline{\underline{A &= 4626N}} \end{aligned} \quad (5.17)$$

Diese Kraft A entspricht der größten Druckkraft in der Stütze.

Für den in Abbildung 42 gezeigten Kreisquerschnitt erhält man folgende Fläche:

$$\begin{aligned} F &= \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) \\ F &= \frac{\pi}{4} \cdot ((168,3mm)^2 - (148,3mm)^2) \\ \underline{\underline{F &= 4973,1mm^2}} \end{aligned} \quad (5.18)$$

In Folge davon wird die Druckspannung  $\sigma_d$  entsprechend berechnet:

$$\begin{aligned} \sigma_{d \text{ design}} &= \frac{A}{F} \\ \sigma_{d \text{ design}} &= \frac{4626N}{4973,1mm^2} \\ \underline{\underline{\sigma_{d \text{ design}} &= 0,93 \frac{N}{mm^2}}} \end{aligned} \quad (5.19)$$

In Abbildung 45 ist nach Matek et al. (2001a) der Bemessungswert der Zug/Druck Wechselfestigkeit für den Werkstoff S235JR ersichtlich:

$$\sigma_{zd \text{ WN}} = 140 \frac{N}{mm^2}$$

wobei  $\sigma_{zd \text{ WN}}$  für eine Zug/Druck Wechselfestigkeit steht.

Festigkeitskennwerte in N/mm<sup>2</sup> für die Normabmessung  $d_N$   
 Schwingfestigkeitswerte nach DIN 743-2<sup>1)2)</sup> (Richtwerte)  
 Elastizitätsmodul  $E = 210\,000\text{ N/mm}^2$ , Schubmodul  $G = 81\,000\text{ N/mm}^2$

Kurzname	Stahlsorte Werkstoff- nummer	A % min.	$R_{mN}$ min.	$R_{eN}$ $R_{p0,2N}$ min.	$\sigma_{zdWN}$ ( $\sigma_{zdSchN}$ )	$\sigma_{bzWN}$ ( $\sigma_{bzSchN}$ )	$\tau_{1WN}$ ( $\tau_{1SchN}$ )	relative Werkstoff- kosten <sup>1)</sup>
a) Unlegierte Baustähle; warmgewalzt, nach DIN EN 10025								
Normabmessung $d_N = 16\text{ mm}$								
S185	1.0035	18	310	185				
S235JR S235JRG1 S235JRG2 S235JO S235J2G3 S235J2G4	1.0037 1.0036 1.0038 1.0114 1.0116 1.0117	26	360	235	140 (225)	180 (270)	105 (160)	□

Abbildung 45: Auszug der Festigkeitswerte für verschiedene Stahlsorten im  
 allgemeinen Maschinenbau (Matek et al., 2001a)

Vergleicht man nun den Designwert der Einwirkung  $\sigma_{d\text{ design}}$  mit dem Bemessungswert  
 der Zug/Druck Wechselfestigkeit  $\sigma_{zdWN}$  so zeigt sich:

$$\sigma_{d\text{ design}} < \sigma_{zdWN}$$

$$\underline{\underline{0,93 \frac{N}{mm^2} < 140 \frac{N}{mm^2}}}$$

Es ergibt sich eine sehr kleine Druckspannung. Die Dimensionierung ist sehr  
 großzügig gewählt. Es ist jedoch zu beachten, dass sich durch die dynamische  
 Belastung der Schwingung wesentlich höhere Belastungen ergeben. Ein weiteres  
 Erfordernis ist das Verhältnis bewegter zu ruhender Masse des Versuchsstandes. Je  
 höher das Verhältnis, desto stabiler und genauer ist die Versuchsdurchführung  
 möglich. Auf diese Rahmenbedingung wird im Kapitel 5.7 näher eingegangen.

## 5.2.4 Berechnung der Zugspannung auf die Rundrohre des Pendels

Die Kraft  $F$  von 5886 N teilt sich auf die 4 Rundrohre des Pendels auf.

$$F = 5886\text{ N}$$

$$\frac{F}{4} = F_z = 1471,5\text{ N} \quad (5.20)$$



Durch Multiplikation mit dem Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_F$  für ständige Einwirkungen ergibt sich (Schneider, 2000):

$$\begin{aligned} F_{Z,d} &= \gamma_F \cdot F_Z \\ F_{Z,d} &= 1,35 \cdot 1471,5 N \\ \underline{\underline{F_{Z,d} &= 1986,5 N}} \end{aligned} \quad (5.21)$$

Weiters ist das Eigengewicht des Rundrohres in der Berechnung zu berücksichtigen.

Das Gewicht der Formrohrdimension mit  $D = 42,4 \text{ mm}$  und  $s = 5 \text{ mm}$  wie in Abbildung 46 dargestellt beträgt  $4,61 \text{ kg/m}$  (Frankstahl, 2012).

Die Berechnung der Eigengewichtskraft ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} G &= m \cdot g \\ G &= 4,61 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ \underline{\underline{G &= 45,2 \frac{\text{N}}{\text{m}}}} \end{aligned} \quad (5.22)$$

Damit man die Kraft, die am oberen Ende des Rundrohres wirkt erhält, ist die Eigengewichtskraft des Rundrohres mit der Rohrlänge zu multiplizieren:

$$\begin{aligned} G_{\text{Gesamt}} &= G \cdot l_{\text{Rohr}} \\ G_{\text{Gesamt}} &= 45,2 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 4,55 \text{ m} \\ \underline{\underline{G_{\text{Gesamt}} &= 205,7 N}} \end{aligned} \quad (5.23)$$

Der „Design-Wert“ (=Bemessungswert) wird wie folgt ermittelt:

$$\begin{aligned} G_{\text{Gesamt,d}} &= \gamma_F \cdot G_{\text{Gesamt}} \\ G_{\text{Gesamt,d}} &= 1,35 \cdot 205,7 N \\ \underline{\underline{G_{\text{Gesamt,d}} &= 277,7 N}} \end{aligned} \quad (5.24)$$

Auf das Rundrohr wirkt durch Addition der Belastung und des Eigengewichtes folgende Kraft:

$$\begin{aligned}
 F &= F_{Z,d} + G_{\text{Gesamt},d} \\
 F &= 1986,5\text{N} + 277,7\text{N} \\
 \underline{\underline{F &= 2264,2\text{N}}}
 \end{aligned}
 \tag{5.25}$$

In der Abbildung 46 kommt es zur Darstellung des Querschnittes der Rundrohre des Pendels.

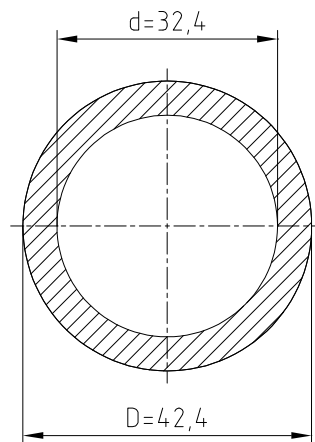


Abbildung 46: Darstellung des Querschnittes der Rundrohre des Pendels

Die Querschnittsfläche berechnet sich wie folgt:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) \\
 A &= \frac{\pi}{4} \cdot ((42,4\text{mm})^2 - (32,4\text{mm})^2) \\
 \underline{\underline{A &= 587,5\text{mm}^2}}
 \end{aligned}
 \tag{5.26}$$

In Folge wird der Bemessungswert der Zugspannung  $\sigma_{Z,d}$  entsprechend berechnet:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{Z,d} &= \frac{F}{A} \\
 \sigma_{Z,d} &= \frac{2264,2\text{N}}{587,5\text{mm}^2} \\
 \underline{\underline{\sigma_{Z,d} &= 3,85 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}
 \end{aligned}
 \tag{5.27}$$

Nach Matek et al. (2001a) beträgt der Bemessungswert der Zug/Druck Wechselfestigkeit:

$$\sigma_{zd\ WN} = 140 \frac{N}{mm^2}$$

wobei  $\sigma_{zd\ WN}$  für eine Zug/Druck Wechselfestigkeit steht.

Vergleicht man nun den Bemessungswert der Zugspannung  $\sigma_{Z,d}$  (=Einwirkung) mit dem Bemessungswert der Zug/Druck Wechselfestigkeit  $\sigma_{zd\ WN}$  (=Widerstand) so zeigt sich:

$$\sigma_{Z,d} < \sigma_{zd\ WN}$$

$$\underline{\underline{3,85 \frac{N}{mm^2} < 140 \frac{N}{mm^2}}}$$

Der Nachweis ist somit erbracht.

### 5.2.5 Lagerberechnung

Dieser Abschnitt hat das Ziel, die Vorauswahl der Lagergröße durchzuführen.

Dafür wird die erforderliche dynamische Tragzahl C nach Gl. 5.28 ermittelt (Matek et al., 2001b)

$$C_{erf} \geq P \cdot \frac{f_L}{f_n} \quad (5.28)$$

P dynamische Lagerbelastung

$f_L$  dynamische Kennzahl (Lebensdauerfaktor)

$f_n$  Drehzahlfaktor





Nr.	Einsatzgebiet	anzustrebender $f_L$ -Wert	Lebensdauer $L_{10h}$ in h <sup>1)</sup>
1	Haushaltsmaschinen	1,4 ... 2	1400 ... 5000
2	Landmaschinen	1,4 ... 2	1400 ... 5000
3	Werkzeugmaschinen	3 ... 4	13500 ... 50000
4	Hebezeuge, Fördermaschinen	3 ... 4,5	13500 ... 75000
5	Universalgetriebe (mittel)	2 ... 3	4000 ... 20000
6	Walzwerkgetriebe	3 ... 4	13500 ... 50000
7	Zentrifugen	2,5 ... 3	8000 ... 20000
8	kleine Elektromotoren ( $\leq 4$ kW)	3 ... 4	13500 ... 50000
9	mittlere Elektromotoren	3,5 ... 4,5	21500 ... 75000
10	große Elektromotoren ( $> 10$ kW), Generatoren	4 ... 5	32000 ... 100000
11	elektrische Fahrmotoren	3 ... 3,5	13500 ... 32500
12	Motorräder, leichte Pkw	1 ... 1,5	500 ... 2000
13	schwere Pkw, leichte Lkw, Schlepper	1,6 ... 2,2	2000 ... 7000
14	schwere Lkw, Omnibusse	1,8 ... 2,8	3000 ... 15500
15	Achslager von Straßenbahnen	3,5 ... 4	21500 ... 50000
16	Achslager von Eisenbahnwagen	3 ... 3,5	13500 ... 32500
17	Achslager von Förderwagen	2,5 ... 3,5	8000 ... 32500
18	kleine Ventilatoren	3,5 ... 4,5	21500 ... 75000
19	Förderseilscheiben (Bergwerke)	4 ... 4,5	32000 ... 75000
20	Spinnereimaschinen	3 ... 4	13500 ... 50000
21	Papiermaschinen	5 ... 5,5	62500 ... 145000
22	Schiffswellenlager	4 ... 6	32000 ... 200000
23	Holzbearbeitungsmaschinen	3 ... 4	13500 ... 50000
24	Druckereimaschinen	4 ... 4,5	32000 ... 75000
25	Kreiselpumpen	3 ... 4,5	13500 ... 75000

<sup>1)</sup> Zu beachten sind die, abhängig von  $f_L$ , unterschiedlichen Lebensdauerwerte bei Kugel- und Rollenlager (s. TB 14-5).

Abbildung 47: Richtwerte für anzustrebende  $f_L$ -Werte (nach FAG) und zugeordnete nominelle Lebensdauerwerte für Wälzlagerungen (Matek et al., 2001a)

Aus der Abbildung 47 ist ersichtlich:

$$f_L = 4 \quad \text{Hebezeuge, Fördermaschinen}$$

Der Faktor  $f_n$  ergibt sich nach Matek et al. (2001a) zu:

$$f_n = 1,0 \quad \text{für Drehzahl } n = 30 \frac{1}{\text{min}}$$

P ... dynamische Lagerbelastung

Die Masse des Pendels wird mit 600 kg angenommen. Somit ermittelt sich die Kraft F zu:

$$F = m_{\text{Pendel}} \cdot g \quad (5.29)$$

$$F = 600 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F = 5886 \text{ N}$$

Die erforderliche dynamische Tragzahl berechnet sich folgendermaßen:

$$C_{erf} \geq P \cdot \frac{f_L}{f_n} \quad (5.30)$$

$$C_{erf} \geq 5886N \cdot \frac{4}{1,0}$$

$$C_{erf} \geq 23544N$$

$$C_{erf} \geq 23,54kN$$

d	Kenn- zahl	DR		0						2						3						4			Schräggelager Reihe <sup>1)</sup>				
		MR		10			02			22	32	03			23	33	04			72	73	32	33	03 <sup>2)</sup>					
		D	B	r <sub>1s</sub> <sup>2)</sup>	D	B	r <sub>1s</sub> <sup>2)</sup>	B <sup>3)</sup>	B <sup>3)</sup>	D	B	r <sub>1s</sub> <sup>2)</sup>	B <sup>3)</sup>	B <sup>3)</sup>	D	B	r <sub>1s</sub> <sup>2)</sup>	a	a	a	a	a							
10	00	26	8	0,3	30	9	0,6	14	14,3	35	11	0,6	17	19	—	—	—	13	15	20	—	—	—						
12	01	28	8	0,3	32	10	0,6	14	15,9	37	12	1,6	17	19	—	—	—	14	16	22	—	—	—						
15	02	32	9	0,3	35	11	0,6	14	15,9	42	13	1,0	17	19	—	—	—	16	18	23	30	—	—						
17	03	35	10	0,3	40	12	0,6	16	17,5	47	14	1,0	19	22,2	62	17	1,0	18	20	25	34	—	—						
20	04	42	12	0,6	47	14	1,0	18	20,6	52	15	1,1	21	22,2	72	19	1,1	21	23	30	36	26	—						
25	05	47	12	0,6	52	15	1,0	18	20,6	62	17	1,1	24	25,4	80	21	1,5	24	27	33	43	31	—						
30	06	55	13	1,0	62	16	1,0	20	23,8	72	19	1,1	27	30,2	90	23	1,5	27	31	44	51	36	—						
35	07	62	14	1,0	72	17	1,1	23	27	80	21	1,5	31	34,9	100	25	1,5	31	35	44	57	41	—						
40	08	68	15	1,0	80	18	1,1	23	30,2	90	23	1,5	33	36,5	110	27	2,0	34	39	57	64	46	—						
45	09	75	16	1,0	85	19	1,1	23	30,2	100	25	1,5	36	39,7	120	29	2,0	37	43	53	72	51	—						
50	10	80	16	1,0	90	20	1,1	23	30,2	110	27	2,0	40	44,4	130	31	2,1	39	47	56	79	56	—						
55	11	90	18	1,1	100	21	1,5	25	33,3	120	29	2,0	43	49,2	140	33	2,1	43	51	71	87	61	—						
60	12	95	18	1,1	110	22	1,5	28	36,5	130	31	2,5	46	54	150	35	2,1	47	55	78	96	67	—						
65	13	100	18	1,1	120	23	1,5	31	38,1	140	33	2,5	48	58,7	160	37	2,1	50,5	60	84	102	72	—						
70	14	110	20	1,1	125	24	1,5	31	39,7	150	35	2,1	51	63,5	180	42	3,0	53	64	88	109	77	—						
75	15	115	20	1,1	130	25	1,5	31	41,3	160	37	2,1	55	68,3	190	45	3,0	56	68	92	117	82	—						
80	16	125	22	1,1	140	26	2,0	33	44,4	170	39	2,1	58	68,3	200	48	3,0	59	72	99	123	88	—						
85	17	130	22	1,1	150	28	2,0	36	49,2	180	41	3,0	60	73	210	52	4,0	63	76	106	131	93	—						
90	18	140	24	1,5	160	30	2,0	40	52,4	190	43	3,0	64	73	225	54	4,0	67	80	113	136	98	—						
95	19	145	24	1,5	170	32	2,1	43	55,6	200	45	3,0	67	77,8	—	—	—	72	84	120	143	103	—						
100	20	150	24	1,5	180	34	2,1	46	60,3	215	47	3,0	73	82,6	—	—	—	76	90	127	153	110	—						
105	21	160	26	2,0	190	36	2,1	50	65,1	225	49	3,0	77	87,3	—	—	—	80	94	135	—	103	—						
110	22	170	28	2,0	200	38	2,1	53	69,8	240	50	3,0	80	92,1	—	—	—	84	98	144	171	123	—						
120	24	180	28	2,0	215	40	2,1	58	76	260	55	3,0	86	106	—	—	—	90	107	—	—	133	—						

<sup>1)</sup> siehe TB 14-2    <sup>2)</sup> r<sub>1s</sub> min nach FAG    <sup>3)</sup> D, r<sub>1s</sub> wie für 02 bzw. 03    <sup>4)</sup> Vierpunktlager

Abbildung 48: Maßpläne für Wälzlager (Matek et al., 2001a)

Für einen Bohrungsdurchmesser d von 60 mm ergibt sich die Bohrungskennzahl von 12, die Durchmesserreihe 2, die Maßreihe 02, der Außendurchmesser von 110 mm und eine Lagerbreite von 22 mm (siehe Abbildung 48).

Mit der Bohrungskennzahl 12 ergibt sich nach Abbildung 49 die dynamische Tragzahl C und die statische Tragzahl C<sub>0</sub>.

Lagerart		Rillenkugellager								Schräggugellager einreihig				Schräggugellager zweireihig				Vierpunktlager	
Lagerreihe		60		62		63		64		72 ... B <sup>1)</sup>		73 ... B <sup>1)</sup>		32 ... B <sup>2)</sup>		33 ... B <sup>3)</sup>		QJ3 <sup>4)</sup>	
Maßreihe		10		02		03		04		02		03		32		33		03	
Tragzahlen		C	C <sub>0</sub>	C	C <sub>0</sub>	C	C <sub>0</sub>	C	C <sub>0</sub>	C	C <sub>0</sub>	C	C <sub>0</sub>	C	C <sub>0</sub>	C	C <sub>0</sub>	C	C <sub>0</sub>
Bohrungskennzahl	00	4,55	1,96	6	2,6	8,15	3,45	—	—	5	2,5	—	—	7,8	4,55	—	—	—	—
	01	5,1	2,36	6,95	3,1	9,65	4,15	—	—	6,95	3,4	10,6	5	10,6	5,85	—	—	—	—
	02	5,6	2,85	7,8	3,75	11,4	5,4	—	—	8	4,3	12,9	6,55	11,8	7,1	16,3	10	—	—
	03	6	3,25	9,5	4,75	13,4	6,55	23,6	11	10	5,5	16	8,3	14,6	9	20,8	12,5	—	—
	04	9,3	5	12,7	6,55	16	7,8	30,5	15	13,4	7,65	19	10,4	19,6	12,5	23,2	15	30	19,6
	05	10	5,85	14	7,8	22,4	11,4	36	19,3	14,6	9,3	26	15	21,2	14,6	30	20	44	31,5
	06	12,7	8	19,3	11,2	29	16,3	42,5	23,2	20,4	13,4	32,5	20	30	21,2	41,5	28,5	58,5	43
	07	16,3	10,4	25,5	15,3	33,5	19	55	31	27	18,3	39	25	39	28,5	51	34,5	62	51
	08	17	11,8	29	18	42,5	25	63	36,5	32	23,2	50	32,5	48	36,5	62	45	86,5	68
	09	20	14,3	31	20,4	53	32	76,5	45	36	26,5	60	40	48	37,5	68	51	102	83
	10	20,8	15,6	36,5	24	62	38	86,5	52	37,5	28,5	69,5	47,5	51	42,5	81,5	62	110	91,5
	11	28,5	21,2	43	29	76,5	47,5	100	62	46,5	36	78	56	58,5	49	102	78	127	108
	12	29	23,2	52	36	81,5	52	110	69,5	56	44	90	65,5	72	61	125	98	146	127
	13	30,5	25	60	41,5	93	60	118	78	64	53	102	75	80	73,5	150	118	163	146
	14	39	31,5	62	44	104	68	143	104	69,5	58,5	114	86,5	83	76,5	143	166	183	166
	15	40	34	65,5	49	114	76,5	153	114	68	58,5	127	100	91,5	85	163	193	212	204
	16	47,5	40	72	53	122	86,5	163	125	80	69,5	140	114	98	93	176	212	220	216
	17	50	43	83	64	125	88	173	137	90	80	150	127	112	150	190	228	245	255
	18	58,5	50	96,5	72	134	102	196	163	106	93	160	140	125	170	216	275	255	265
	19	60	54	108	81,5	143	112	—	—	116	110	173	153	140	186	220	285	285	310
	20	60	54	122	93	163	134	—	—	129	114	193	180	160	224	240	320	325	365
	21	71	64	132	104	173	146	—	—	143	129	208	200	176	240	—	—	—	—
	22	80	71	143	116	190	166	—	—	153	143	224	224	190	260	280	400	345	415
	24	83	78	146	122	212	190	—	—	166	160	250	260	—	—	—	—	380	480

- <sup>1)</sup> Druckwinkel  $\alpha = 40^\circ$ , Tragzahlen für Lagerpaare:  $C = 1,625 \cdot C_{\text{Einzellager}}$ ;  $C_0 = 2 \cdot C_0 \text{ Einzellager}$ .  
<sup>2)</sup> bis Kennzahl 13 mit Druckwinkel  $\alpha = 25^\circ$ , Zusatzzeichen ... B; ab Kennzahl 14 Druckwinkel  $\alpha = 35^\circ$ , ohne Zusatzzeichen  
<sup>3)</sup> bis Kennzahl 16 mit Druckwinkel  $\alpha = 25^\circ$ , Zusatzzeichen ... B; ab Kennzahl 17 Druckwinkel  $\alpha = 35^\circ$ , ohne Zusatzzeichen  
<sup>4)</sup> Druckwinkel  $\alpha = 35^\circ$ , ab Kennzahl 15 mit zwei Haltenuten, Zusatzzeichen ... N2

Abbildung 49: Dynamische Tragzahlen C und statische Tragzahlen C<sub>0</sub> in kN (Matek et al., 2001a)

Aus der Abbildung 49 sind für die Bohrungskennzahl 12 folgende Tragzahlen ersichtlich:

$$C = 52 \text{ kN}$$

$$C_0 = 36 \text{ kN}$$

Vergleicht man nun C<sub>erf</sub> mit C und C<sub>0</sub>, so ergibt sich:

$$C_{\text{erf}} < C_0 < C \quad (5.31)$$

$$23,54 \text{ kN} < 36 \text{ kN} < 52 \text{ kN}$$

Somit wird die Bedingung erfüllt und es wird ein Rillenkugellager mit einem Bohrungsdurchmesser von  $d = 60 \text{ mm}$  und einem Außendurchmesser von  $D = 110 \text{ mm}$  bei einer Breite von  $B_{\text{min}} = 22 \text{ mm}$  zur Lagerung herangezogen.

## 5.2.6 Berechnung (Nachweis) des Bolzens

Im folgenden Abschnitt wird der Nachweis der Bolzendimension der Lagerung erbracht.

Die Kraft  $F = 5886 \text{ N}$  ist in der Gleichung 5.1 berechnet worden.

Für den Bolzen wird folgender Werkstoff herangezogen:

Werkstoff: X5CrNi18-10 (1.4301)

$$R_e = 210 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ (Matek et al., 2001a)}$$

### Nachweis auf Biegung

Der Bemessungswert der Biegespannung ermittelt sich nach Matek et al. (2001b) zu:

$$f_{yd} = 0,8 \cdot \frac{R_e}{\gamma_M} \quad (5.32)$$

$f_{yd}$  = Bemessungswert der Biegespannung des Bolzenwerkstoffs

$R_e$  = Streckgrenze des Bauteilwerkstoffes unter Berücksichtigung der Erzeugnisdicke

$\gamma_M$  = Teilsicherheitsbeiwert 1,1

$$f_{yd} = 0,8 \cdot \frac{210 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{1,1}$$

$$\underline{\underline{f_{yd} = 152,73 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$$

Durch die Systemvereinfachung ergibt sich:

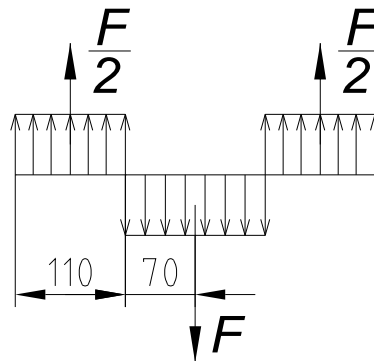


Abbildung 50: Systemvereinfachung zur Berechnung der Bolzenverbindung

Durch Umformen und Auflösen nach dem Durchmesser d des Bolzens erhält man:

$$\begin{aligned}
 f_{yd} &= \frac{M_b}{W_b} \\
 f_{yd} &= \frac{M_b}{\frac{d^3 \cdot \pi}{32}} \\
 f_{yd} &= \frac{32 \cdot M_b}{d^3 \cdot \pi} & (5.33) \\
 f_{yd} \cdot d^3 \cdot \pi &= 32 \cdot M_b \\
 f_{yd} \cdot d^3 \cdot \pi &= 32 \cdot \left( \frac{F}{2} \cdot 125\text{mm} - \frac{F}{2} \cdot 35\text{mm} \right) \\
 f_{yd} \cdot d^3 \cdot \pi &= 32 \cdot \frac{F}{2} \cdot 90\text{mm} \\
 d &= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot \frac{F}{2} \cdot 90\text{mm}}{f_{yd} \cdot \pi}} \\
 d &= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot \frac{5886\text{N}}{2} \cdot 90\text{mm}}{152,7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \pi}} \\
 \underline{\underline{d &= 26,04\text{mm}}}
 \end{aligned}$$

## Nachweis auf die zulässige Lochleibung

Die zulässige Lochleibung der Abhängung berechnet sich für einen Durchmesser des Bolzens von  $d = 60\text{mm}$  (siehe Kapitel 5.2.5) dadurch, indem im 1. Schritt die Grenzlochleibungskraft je Schraube/Bolzen berechnet wird (Ramberger und Schnaubelt, 1998).

$$F_{b,Rd} = \frac{2,5 \cdot \alpha \cdot f_u \cdot d \cdot t}{\gamma_{Mb}} \quad (5.34)$$

Darin bedeuten:

$F_{b,Rd}$  = Grenzlochleibungskraft je Schraube/Bolzen

$$\alpha = \min \left( \frac{e_1}{3 \cdot d_0}, \frac{p_1}{3 \cdot d_0} - \frac{1}{4}, \frac{f_{ub}}{f_u}, 1,0 \right) \quad (5.35)$$

$e_1$  = Randabstand in Krafrichtung von Mitte Loch

$e_1$  = 85 mm

$p_1$  = Abstand der Lochmitten in Krafrichtung

$p_1$  = Abstand der Lochmitten in Krafrichtung → tritt nicht in Kraft, da nur ein Loch und somit ein Bolzen verwendet wird

$d_0$  = Lochdurchmesser = 60 mm

$f_{ub}$  = Zugfestigkeit der Schraube / des Bolzens

$f_{ub}$  = 520 N/mm<sup>2</sup> für X5CrNi18-10 (Matek et al., 2001a)

$f_u$  = Zugfestigkeit des Grundwerkstoffes

$f_u$  = 360 N/mm<sup>2</sup> für S235JR (Matek et al., 2001a)



Somit ergibt sich für den Faktor  $\alpha$  :

$$\alpha = \min\left(\frac{e_1}{3 \cdot d_0}, \frac{p_1}{3 \cdot d_0} - \frac{1}{4}, \frac{f_{ub}}{f_u}, 1,0\right)$$

$$\alpha = \min\left(\frac{85mm}{3 \cdot 60mm}, -, \frac{520 \frac{N}{mm^2}}{360 \frac{N}{mm^2}}, 1,0\right)$$

$$\alpha = \min(0,47; -, 1,4; 1,0)$$

$$\underline{\underline{\alpha = 0,47}}$$

$d$  = Durchmesser der Schraube / des Bolzens

$t$  = kleinste Gesamtdicke (Summe) aller gleichsinnig beanspruchten Dicken

$$t = 2 \cdot 20mm$$

$$\underline{\underline{t = 40mm}}$$

$$\gamma_{Mb} = 1,25$$

Durch das Einsetzen der Werte bekommt man die Grenzlochleibungskraft des Bolzens:

$$F_{b,Rd} = \frac{2,5 \cdot \alpha \cdot f_u \cdot d \cdot t}{\gamma_{Mb}}$$

$$F_{b,Rd} = \frac{2,5 \cdot 0,47 \cdot 360 \frac{N}{mm^2} \cdot 60mm \cdot 40mm}{1,25} \quad (5.36)$$

$$F_{b,Rd} = 812160N$$

$$\underline{\underline{F_{b,Rd} = 812,16kN}}$$

Im 2. Schritt wird die Grenzlochleibungskraft des Bolzens durch die Querschnittsfläche des Bolzens dividiert, damit man den Bemessungswert der Lochleibung der Abhängung erhält:

$$\begin{aligned}
 p_{\text{Lochleibung},d} &= \frac{F_{bRd}}{d^2 \cdot \pi} \\
 p_{\text{Lochleibung},d} &= \frac{812160N}{(60mm)^2 \cdot \pi} \\
 p_{\text{Lochleibung},d} &= 287,24 \frac{N}{mm^2}
 \end{aligned} \tag{5.37}$$

Die projizierte Fläche ist wie folgt ermittelbar:

$$\begin{aligned}
 p_{\text{Lochleibung},d} &= \frac{\gamma_F \cdot F}{A_{\text{proj.}}} \\
 A_{\text{proj.}} &= \frac{\gamma_F \cdot F}{p_{\text{Lochleibung},d}} \\
 A_{\text{proj.}} &= \frac{1,35 \cdot 5886N}{287,24 \frac{N}{mm^2}} \\
 A &= 27,66mm^2
 \end{aligned} \tag{5.38}$$

Abbildung 51 zeigt die Stärke der Abhängung mit 20 mm.

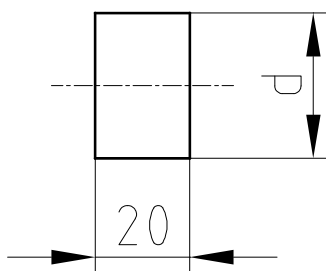


Abbildung 51: Darstellung des erforderlichen Durchmessers bei der Abhängung

Da die Abhängung beim linken und rechten Lager vorkommt, ist die Gesamtfläche und daraus schließend der erforderliche Bolzendurchmesser wie folgt ermittelbar:





$$A = 2 \cdot d \cdot 110 \text{ mm}$$

$$d = \frac{A}{2 \cdot 20 \text{ mm}} \quad (5.39)$$

$$d = \frac{27,66 \text{ mm}^2}{2 \cdot 20 \text{ mm}}$$

$$\underline{\underline{d = 0,69 \text{ mm}}}$$

## Nachweis auf Abscherung

Der Bemessungswert der Abscherspannung des Bolzens berechnet sich zu:

$$\tau_{ad} = \frac{235 \frac{N}{\text{mm}^2}}{\gamma_M} \cdot 0,5$$

$$\tau_{ad} = \frac{235 \frac{N}{\text{mm}^2}}{1,1} \cdot 0,5 \quad (5.40)$$

$$\underline{\underline{\tau_{ad} = 106,8 \frac{N}{\text{mm}^2}}}$$

Mit dem Teilsicherheitsbeiwert von  $\gamma_G$  für ständige Einwirkungen ist die Querschnittsfläche wie folgt ermittelbar:

$$\tau_{sd} = \frac{\gamma_F \cdot F}{2 \cdot A}$$

$$A = \frac{\gamma_F \cdot F}{2 \cdot \tau_{sd}}$$

$$A = \frac{1,35 \cdot 5886 \text{ N}}{2 \cdot 106,8 \frac{N}{\text{mm}^2}} \quad (5.41)$$

$$\underline{\underline{A = 37,20 \text{ mm}^2}}$$

Folglich kann der erforderliche Durchmesser d berechnet werden zu:



$$\begin{aligned}
 A &= \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \\
 d &= \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} \\
 d &= \sqrt{\frac{4 \cdot 37,20 \text{ mm}^2}{\pi}} \\
 \underline{\underline{d}} &= \underline{\underline{6,88 \text{ mm}}}
 \end{aligned}
 \tag{5.42}$$

In der Tabelle 5 sind die Ergebnisse zusammengefasst worden. Es zeigt sich, dass die errechneten Durchmesser des Bolzens in Bezug auf die Lochleibung und auf die Abscherspannung sehr klein sind. Bei der Biegung ist ein Durchmesser von  $d = 26,04 \text{ mm}$  erforderlich. Somit zeigt sich, dass der ermittelte Bolzendurchmesser bei der Lagerdimensionierung von  $d = 60 \text{ mm}$  den Beanspruchungen der Bolzenbelastung standhält.

Tabelle 5: Zusammenfassende Auflistung der Bemessungswerte und der berechneten Bolzendurchmesser

		Errechneter Bolzendurchmesser [mm]
Bemessungswert der Biegespannung:	$\sigma_{bzul} = 152,7 \frac{N}{\text{mm}^2}$	$d = 26,04$
Bemessungswert der Lochleibung:	$p_{Lochleibung,d} = 287,24 \frac{N}{\text{mm}^2}$	$d = 0,69$
Bemessungswert der Abscherspannung:	$\tau_{ad} = 106,8 \frac{N}{\text{mm}^2}$	$d = 6,88$

## 5.3 Numerische Nachrechnung

Die numerische Nachrechnung ist mit dem Programm „Dlubal RFEM 4“ durchgeführt worden. Es sind die Ergebnisse der Schnittgrößen vom Kapitel 5.2 auf Plausibilität überprüft worden.

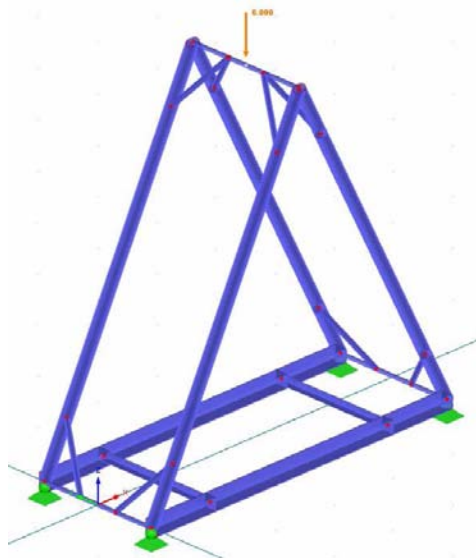


Abbildung 52: Darstellung der eingegebenen Struktur des Versuchsstandes im Programm RFEM

Die Abbildung 52 zeigt die eingegebene Struktur des Versuchsstandes im Programm RFEM. Die bestehende Struktur wird mittels Knoten eingegeben. Die Knoten werden mit Linien verbunden und jeder Linie werden ein Werkstoff und der entsprechende Querschnitt zugeordnet.

Im nächsten Schritt wird die statische Belastung als Knotenlast aufgebracht.

Die Last setzt sich aus dem Bemessungsgewicht des Pendels und des Korbes zusammen und beträgt nach Gl. (5.1) 5886 N. Zur Vereinfachung wird die Last somit mit 6 kN angesetzt.

Nach der Berechnung der Struktur ist es möglich, dass die Verformungen und Schnittgrößen dargestellt werden. Stellt man nun die Normalkräfte dar, so zeigt sich in der Abbildung 53, dass die Druckkraft in der Stütze im Fußpunkt 4,56 kN beträgt. Diese Kraft ist gleichzeitig die Auflagerkraft in Stützenrichtung im Lager A. In der händischen Berechnung vom Kapitel 5.2 kommt man auf eine Druckkraft von 4,63 kN. Die Werte stimmen gut überein.

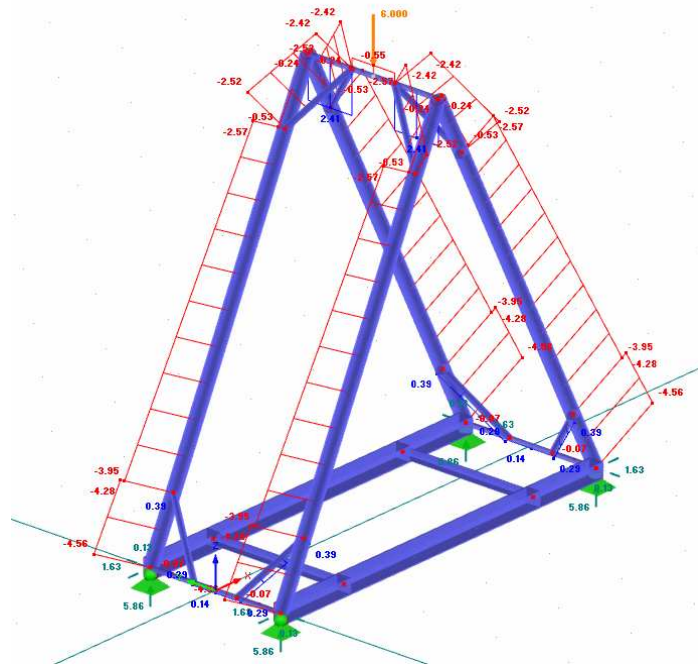


Abbildung 53: Darstellung der Normalkräfte des Versuchsstandes

Beim Vergleich des auftretenden maximalen Biegemomentes im oberen Rundstahl bekommt man als Berechnungsergebnis des Programmes „Dlubal RFEM 4“ den Wert von 0,68 kNm. Der Wert der händischen Berechnung beträgt 0,88 kNm. Allerdings zeigt die Abbildung 54, dass in der Tragstruktur ein Stützmoment auftritt, welches durch die Abstützungen hervorgerufen wird. Das Stützmoment beträgt - 0,21 kNm. Addiert man nun den Wert des Biegemomentes in der Feldmitte mit dem Betrag des Stützmomentes, so ergibt sich als Ergebnis der Wert von 0,89 kNm, welcher dem Wert der händischen Berechnung von 0,88 kNm sehr nahe kommt.



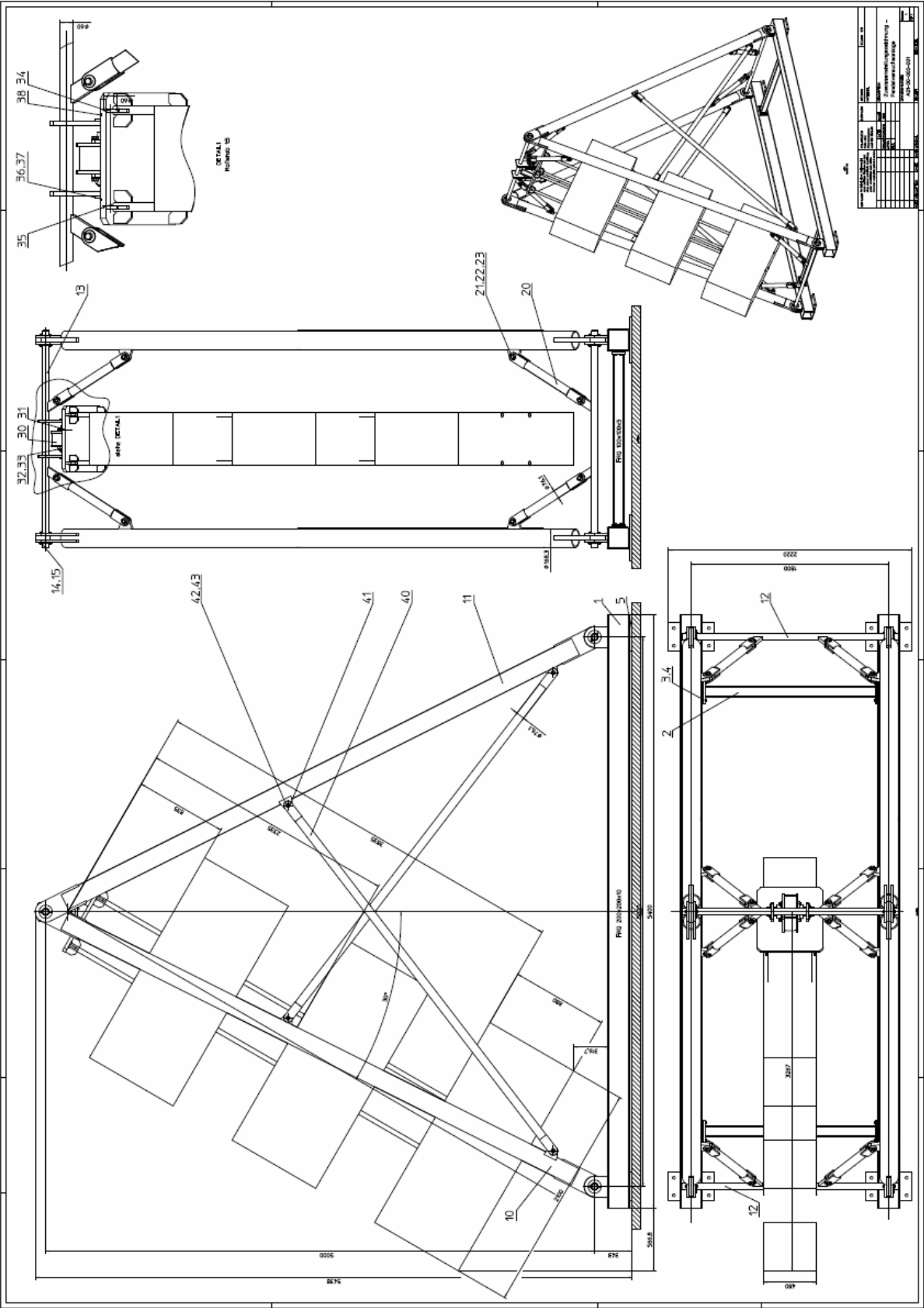


Abbildung 55: Zusammenstellungszeichnung des Versuchsstandes

## 5.5 Werkstättenzeichnungen

Die Werkstättenzeichnungen sind die konkreten, detaillierten Zeichnungen der einzelnen Bauteile. Der Arbeiter fertigt in der Werkstatt die Bauteile nach diesen Zeichnungen. Die Zeichnungen haben alle für die Fertigung erforderlichen Informationen zu enthalten. Diese Informationen setzen sich zusammen aus den in der Tabelle 6 gezeigten Mindestinformationen:

Tabelle 6: Symbolik der Werkstättenzeichnungen

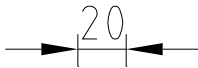

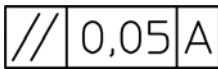
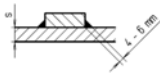
Information	Beispiel
Maße	
Maßtoleranzen	$\varnothing 60.1^{+0.2}_0$
Oberflächenkennzeichen	
Form- und Lagetoleranzen	
Schweißausführung	
Passungen	$\varnothing 60 h9$

Tabelle 7 zeigt die Informationen an, die der Schriftkopf beinhaltet:

Tabelle 7: Aufbau und Informationen des Schriftkopfes

Information	Beispiel
Benennung	Formrohrbasis
Zeichnungsnummer	A01-01-101-000
Erstellungsdatum	26.01.2011
Name des Konstrukteurs	GRG
Maßstab	M 1:10
Freimaßtoleranzen	ISO 2768-mK
Werkstoff	St37 (1.0038)
Oberflächenbehandlung	feuerverzinkt

Im Zuge der vorliegenden Arbeit sind die Werkstättenzeichnungen des Versuchsstandes vom Verfasser dieser Arbeit angefertigt worden. Nach der Kontrolle durch den Betreuer Herrn Assoc. Prof. Dr. Alfred Strauss sind diese Zeichnungen an die Stahlbaufirma Kiss mit dem Sitz in 7311 Neckenmarkt übermittelt worden. Diese Firma hat die Fertigung der Bauteile übernommen.

Alle Werkstättenzeichnungen befinden sich im Anhang der vorliegenden Arbeit sowie auf der beigelegten CD.



5.5.1 Formrohrbasis

In der Abbildung 56 ist exemplarisch die Werkstättenzeichnung der Formrohrbasis dargestellt.

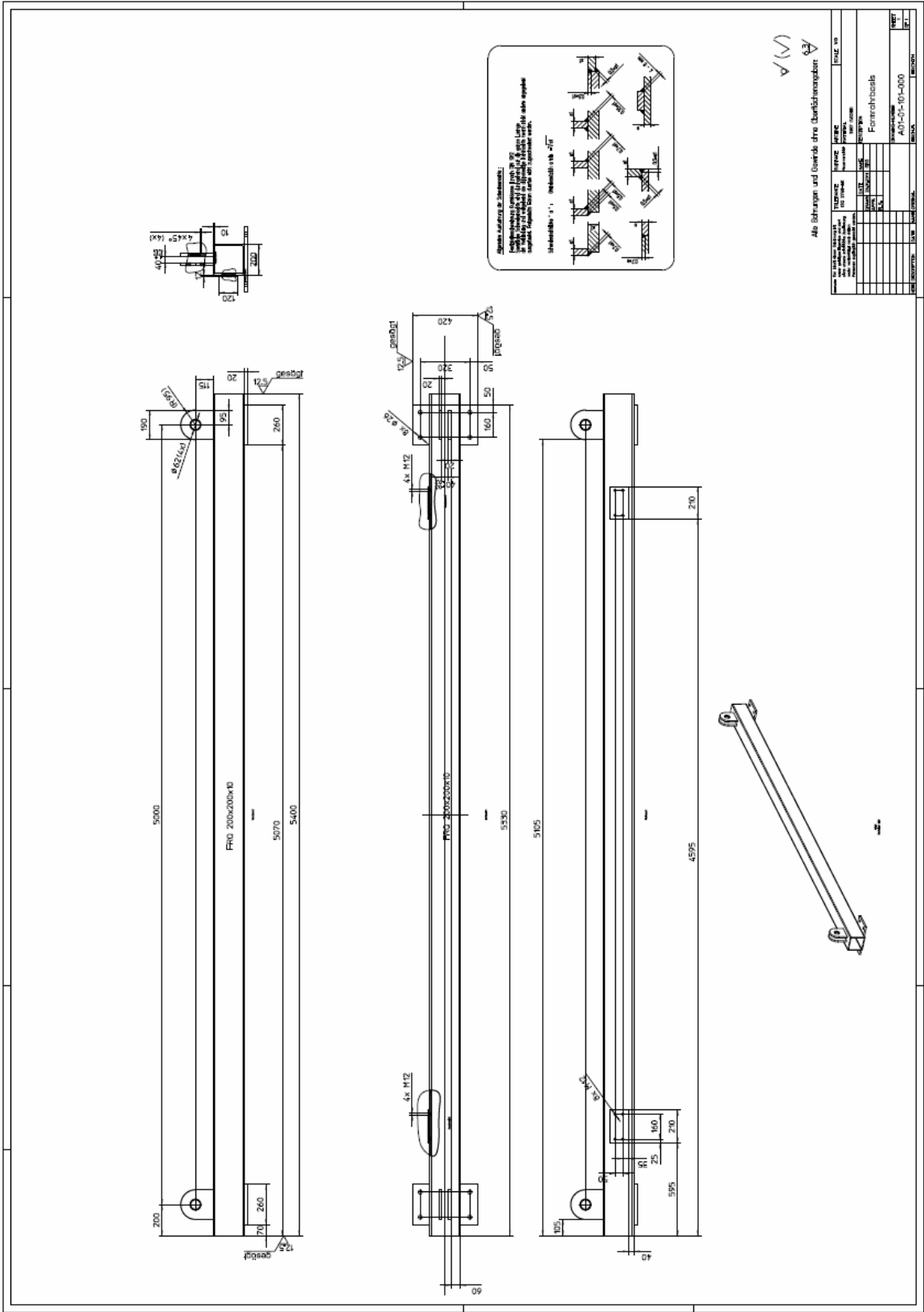


Abbildung 56: Werkstättenzeichnung der Formrohrbasis



## 5.6 Stückliste

Es ist eine Stückliste in Kombination mit der Zusammenstellungszeichnung erstellt worden (siehe Tabelle 8). Dadurch ist auf einen Blick ersichtlich, wie oft jedes Werkstück zu fertigen ist. Weiters sind die Einzelteile und deren Dimensionen eines jeden Bauteiles ersichtlich. Neben der Benennung, der zu verwendenden Materialien und der Fertigmaße ist ebenfalls das Gewicht des Bauteils angegeben. Weiters wird die Behandlungsart angegeben. Die Zeichnungsnummer und die Positionsnummer der einzelnen Bauteile sind weitere Standardangaben der Stückliste.

Tabelle 8: Stückliste des Versuchsstandes – Teil 1

Stückliste für Pendelversuchsanlage A01-00-000-001

23.11.2011

Stk/E	Benennung	Material/Norm	Fertigmaß/Bestellbez./Länge/Gewicht	Gewicht [kg]	Behandlung	Zeichnungs-nr./Firma	PosNr
	Versuchsstand für ein aktives Flüssigkeitsteiligersystem				feuerverzinkt	A01-00-000-001	1
2	Formrohrbasis	Schweißteil best. aus TI, 1-5	383,8	767,60	feuerverzinkt	A01-01-101-000	1
1	FRQ 200x200x10	S37 (1.0038)	5400				1
2	Flachstahl 250x20	S37 (1.0038)	420				2
2	Flachstahl 200x12	S37 (1.0038)	260				3
4	Flachstahl 190x20	S37 (1.0038)	210				4
2	Flachstahl 100x12	S37 (1.0038)	210				5
2	Formrohrverbindung	Schweißteil best. aus TI, 1-2	22,1	44,20	feuerverzinkt	A01-01-102-000	2
1	FRQ 100x100x5	S37 (1.0038)	1552				1
2	Flachstahl 120x12	S37 (1.0038)	210				2
16	Scheibe	A 13 - St					3
16	Schraube	M12x35					4
4	Elastomerunterlage	DIN 933					5
2	Stütze links	Elastomer (EPDM)	257,43	514,86	feuerverzinkt	A01-02-101-001	10
1	Rundrohr d=168,3x10,0	Schweißteil best. aus TI, 1-4	5200				1
2	Flachstahl 190x40	S355 (1.0045)	470				2
2	Flachstahl 120x30	S37 (1.0038)	106,2				3
2	Flachstahl 140x30	S37 (1.0038)	107,6				4
2	Stütze rechts	Schweißteil best. aus TI, 1-4	285,29	570,58	feuerverzinkt	A01-02-102-001	11
1	Rundrohr d=168,3x10,0	S37 (1.0038)	5200				1
4	Flachstahl 190x40	S37 (1.0038)	470				2
2	Flachstahl 120x30	S37 (1.0038)	106,2				3
2	Flachstahl 140x30	S37 (1.0038)	107,6				4
2	Rundstahl und Lasche	Schweißteil best. aus TI, 1-2	49,31	98,62	feuerverzinkt	A01-03-101-001	12
1	Rundstahl d=60mm	S37 (1.0038)	1980				1
2	Flachstahl 70x30	S37 (1.0038)	172,4				2
1	Rundstahl und La. und Abhängung	Schweißteil best. aus TI, 1-3	74,04	74,04	feuerverzinkt	A01-03-103-000	13
1	Rundstahl d=60mm	S37 (1.0038)	1980				1
2	Flachstahl 70x30	S37 (1.0038)	172,4				2
2	Flachstahl 170x15	S37 (1.0038)	360				3
12	Scheibe d62	S37 (1.0038)			phosphatiert	A01-03-102-000	14
12	Spint	ISO 1234 - 10 x 75 St					15
8	Abstützung	Schweißteil best. aus TI, 1-2	16,02	128,16	feuerverzinkt	A01-02-103-000	20
1	Rundrohr d=76,1x8,0mm	S37 (1.0038)	681				1
4	Flachstahl 80x15	S37 (1.0038)	185				2
16	Bolzen d30	9SMnPb 28 K (St)			blank	A01-03-104-000	21
32	Scheibe	DIN 125					22
32	Spint	ISO 1234 - 8 x 36					23

Seite 1



Tabelle 9: Stückliste des Versuchsstandes - Teil 2

Stückliste für Pendelversuchsanlage A01-00-000-001

23.11.2011

Stk/E	Benennung	Material/Norm	Fertigmaß/Bes tellbez/Länge/Gewicht	Gewicht [kg]	Behandlung	Zeichnungs nr/Firma	PosNr
1	Lageradapter	Schweißteil best. aus TL 1-5	193,01	195,31	feuerverzinkt	A01-04-101-000	30
1	Flachstahl 600x30	St37 (1.0038)	660	92,66			1
2	Flachstahl 270x15	St37 (1.0038)	245	15,48			2
2	Flachstahl 110x15	St37 (1.0038)	230	5,92			3
4	Rundmaterial d=25mm (Abänderung)	St37 (1.0038)	4700	71,98			4
16	Flachstahl 90x15	St37 (1.0038)	55	9,27			5
2	Flanschlagereinheit	Gussgehäuse mit. quadr. Flansch	4,6	9,20		FY 60 TF (SKF)	31
8	Scheibe	DIN 125					32
8	Sechskantschraube	DIN 933	M16x35				33
1	Rundstahl Lager	1.4301	9,92	9,92	blank	A01-03-105-000	34
2	Wellenbefestigung	Schweißteil best. aus TL 1-2	1,42	2,84	feuerverzinkt	A01-04-102-000	35
1	Rundrohr d=76,1x8mm	St37 (1.0038)	35				1
1	Welle d=140mm	St37 (1.0038)	10				2
8	Scheibe	DIN 125	A 10,5 - St				36
8	Sechskantschraube	DIN 933	M10x30				37
3	Zylinderschraube	DIN 912	M8x16				38
			GESAMTGEWICHT incl. Pendel =	2415,33	(Verbindungselemente sind nicht berücksichtigt)		
			GESAMTGEWICHT ohne Pendel =	2220,02			
			GEWICHT DES KORBES ohne Aufbauten der Firma RedBernard =	115,00	(laut Angabe von Herrn Ing. Jürgen Schobert)		
			GEWICHT DES PENDELS =	195,31			
			GEWICHT DER AUFBAUTEN =	150,00			
			GEWICHT DER BEWEGTEN MASSE =	460,31			
			Ruhende Masse zu bewegter Masse =	4,82			
	(bei Bedarf):						
4	Zusatzabstreifung	St37 (1.0038)			feuerverzinkt	A01-02-106-000	40
1	Rundrohr d=76,1x8mm	St37 (1.0038)	3853				1
4	Flachstahl 80x15	St37 (1.0038)	195				4
8	Bolzen d30	9SMnPb 28 K (St)			blank	A01-03-104-000	41
16	Scheibe	DIN 125	A 31 - St				42
16	Splint	ISO 1234 - 8 x 36					43



## 5.7 Massenermittlung: Berechnung Verhältnis ruhende zu bewegter Masse

Ein weiterer, wichtiger Faktor für einen stabilen, reibungslosen Betrieb ist das Verhältnis von der ruhenden zu der bewegten Masse. Je größer dieses Verhältnis ist, desto aussagekräftiger sind die Ergebnisse der Versuche.

Das Gesamtgewicht des Versuchsstandes der ruhenden Teile ist in der Stückliste ermittelt worden und beträgt 2220 kg (siehe Tabelle 9).

Das Gewicht der bewegten Masse setzt sich laut Tabelle 10 zusammen aus:

Tabelle 10: Zusammensetzung des Gesamtgewichtes der schwingenden Masse

	Masse [kg]
Gewicht des Korbes ohne Aufbauten der Firma Red Bernard	115,0
Gewicht des Pendels	195,3
Gewicht der Aufbauten durch die Firma Red Bernard	150,0
Gesamtgewicht der schwingenden Masse	$\Sigma$ 460,3

Ermittelt man nun das Verhältnis, so ergibt sich:

$$\frac{\text{ruhende Masse}}{\text{bewegter Masse}} = \frac{2220\text{kg}}{460,3\text{kg}} = \underline{\underline{4,82}} \quad (5.43)$$

Als Richtwert ist ein Verhältnis von 5:1 heranzuziehen. Das ermittelte Verhältnis von 4,82:1 liegt knapp darunter. Bei der Montage des Versuchsstandes ist dieser auf zwei massive Betonblöcke gestellt worden. Die Formrohrbasis des Gestells ist mittels eingeklebten Gewindestangen mit dem Betonblock verbunden. Dadurch wird die ruhende Masse erhöht.

Der Betonblock hat die Dimension 45 cm x 45 cm x 280 cm. Die Masse eines Betonblockes berechnet sich wie folgt:



$$\begin{aligned}
 m_{\text{Betonblock}} &= \rho_{STB} \cdot V \\
 m_{\text{Betonblock}} &= \rho_{STB} \cdot l \cdot b \cdot h \\
 m_{\text{Betonblock}} &= 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2,80\text{m} \cdot 0,45\text{m} \cdot 0,45\text{m} \\
 \underline{\underline{m_{\text{Betonblock}}}} &= 1417,5\text{kg}
 \end{aligned} \tag{5.44}$$

Da der Versuchsstand auf zwei Betonblöcken steht, ergibt sich in der Folge eine neue ruhende Masse:

$$\begin{aligned}
 m_{\text{ruhend\_neu}} &= m_{\text{Versuchsst.}} + 2 \cdot m_{\text{Betonblock}} \\
 m_{\text{ruhend\_neu}} &= 2220\text{kg} + 2 \cdot 1417,5\text{kg} \\
 \underline{\underline{m_{\text{ruhend\_neu}}}} &= 5055\text{kg}
 \end{aligned} \tag{5.45}$$

Der neue Verhältniswert von ruhender zu bewegter Masse errechnet sich zu:

$$\frac{m_{\text{ruhend\_neu}}}{m_{\text{bewegt}}} = \frac{5055\text{kg}}{460,3\text{kg}} = \underline{\underline{10,98}} \tag{5.46}$$

Das geforderte Verhältnis von 5:1 wird durch die Aufstellung des Versuchsstandes auf die Betonblöcke erreicht.

## 5.8 Verhältnis der Masse der Flüssigkeit zur schwingenden Masse

Ein wichtiger Faktor für den Einsatz des aktiven Flüssigkeitstilgers in der Praxis ist das Verhältnis der Masse der Flüssigkeit zur schwingenden Masse. Ziel ist es, die Masse der Flüssigkeit so gering wie möglich zu halten, allerdings so groß zu wählen, wie es für die Dämpfung des Korbes beziehungsweise in weiterer Folge für die Dämpfung des Sesselliftes notwendig ist. Beim vorliegenden Versuchsaufbau beträgt die Masse der eingefüllten Flüssigkeit 19 kg. Die schwingende Masse ist mit 460,3 kg im Kapitel 5.7 ermittelt worden. Somit ergibt sich ein Verhältnis von:

$$\frac{\text{schwingende Masse}}{\text{Masse der Flüssigkeit}} = \frac{460,3\text{kg}}{19\text{kg}} = \underline{\underline{24,23}} \tag{5.47}$$

## 6 Montage und Inbetriebnahme des Versuchsstandes

### 6.1 Aufstellen des Versuchsstandes

Das Aufstellen des Versuchsstandes erfolgte am 4. April 2011 vor dem Osteingang des Schwachhöferhauses. Drei Arbeiter von der Stahlbaufirma Kiss sowie ein Lastkraftwagenfahrer, der zugleich den Lastkraftwagenkran bediente, haben die Montagearbeiten übernommen.

Abbildung 57 zeigt das Abladen der Teile vor dem Eingang des Schwachhöferhauses.



Abbildung 57: Abladen der Teile vor dem Eingang



Der erste Schritt des Zusammenbaues ist in der Abbildung 58 dargestellt. Es ist die Formrohrbasis mit der Formrohrverbindung verschraubt worden.



Abbildung 58: Verschrauben der Formrohrbasis mit der Formrohrverbindung

Im zweiten Schritt wurden die Stützen mit Hilfe des Rundstahls mit der Formrohrbasis verbunden. Weiters wurden die Abstreibungen eingebaut.



Abbildung 59: Verbindung der Stützen mit Hilfe des Rundstahls mit der Formrohrbasis

Der Versuchsstand wurde, wie in Abbildung 58 und Abbildung 59 ersichtlich, liegend zusammengebaut. Im dritten Schritt der Montage wurde dieser mit dem Lastwagenkran aufgestellt (siehe Abbildung 60).



Abbildung 60: Aufstellen des Versuchsstandes mit dem Lastwagenkran

Abbildung 61 zeigt im 4. Schritt, dass der Versuchsstand auf zwei Betonblöcke gestellt worden ist, um die ruhende Masse zu erhöhen.



Abbildung 61: Aufstellen des Versuchsstandes auf zwei Betonblöcke zur Erhöhung der ruhenden Masse



Schritt 5 zeigt das Einnivellieren des Versuchsstandes mittels Wasserwaage.



Abbildung 62: Einnivellierung des Versuchsstandes mittels Wasserwaage

Abbildung 63 zeigt im 6. Schritt, dass für das Erreichen der nivellierten Lage je nach Erfordernis zwischen dem Betonblock und der Formrohrbasis Flachstähle gelegt wurden.



Abbildung 63: Einlegen von Flachstählen zur Sicherstellung des Nivellements des Versuchsstandes

Im 7. Schritt erfolgte der Einbau des Lageradapters durch die Unterstützung des Kranes. Der Rundstahl wurde, wie in Abbildung 64 ersichtlich, durch die Abhängung, den Lageradapter und die beiden Flanschlagereinheiten geschoben und mit der Wellenbefestigung fixiert.



Abbildung 64: Einbau des Lageradapters

Die Abbildung 65 zeigt den fertigen Versuchsstand (ohne Aufbauten) für ein aktives Flüssigkeitstilgersystem.



Abbildung 65: Fertiger Versuchsstand (ohne Aufbauten)

## 6.2 Versuchsaufbauten

Die Konstruktion der Schwingmasse, welche durch einen Korb realisiert wurde, erfolgte durch die Firma Red Bernard.

An diesem Korb wurden sämtliche erforderliche An- und Aufbauten zur Durchführung der Versuche platziert.



Abbildung 66: Montage des Korbes inklusive der Aufbauten

Acht Drahtseilklemmen wurden am Korb montiert. Über diese Klemmen wurde der Korb an die 4 Rundstäbe des Pendels angebunden und fixiert.

Um die entstehenden Biegemomente des Korbes aufzunehmen und das Pendelsystem auszusteifen, ist an jeder Ecke ein Stahlseil an die angeschweißten Verbindungsglieder befestigt worden (siehe Abbildung 66). Diese 4 Stahlseile laufen zur Lageradapterplatte. An jeder Ecke der Platte wurden Umlenkrollen befestigt. Das Seil läuft über die Umlenkrolle hinunter zur Unterseite des Korbes, wo es um ein



unten am Korb befestigtes Stahlrohr nochmals umgelenkt wird und mit dem jeweils entgegengesetzten Abspannseil mit einer Spannvorrichtung gegenseitig verspannt wird.

Dieses System stellt gleichzeitig eine zusätzliche Sicherung dar.

Da für die Versuchsdurchführung unterschiedliche Höhen des Korbes erforderlich sind, muss der Korb einfach in der Höhe zu verstellen sein.

Mittels einer Elektrowinde, welche über dem Korb platziert ist, wird eine flexible Höhenverstellung ermöglicht. Von der Winde geht das Stahlseil zum Lageradapter. An der Unterseite der Lageradapterplatte ist in der Mitte eine Umlenkrolle montiert worden. Das Seil wird dadurch umgelenkt und geht wieder zurück zur Winde, wo es mit dem Haken bei der Winde selbst eingehängt wird. Die Winde hängt „frei in der Luft“.

Um die Anbindung der Winde an den Korb zu ermöglichen, sind unten am Korb 2 Stahlrohre montiert worden. An diesen Stahlrohren werden auch die Seile zum Abspannen umgelenkt. An jedem Ende der 2 Stahlrohre wurden Verbindungsglieder angeschweißt. Zur Übertragung der Kräfte von der Winde auf den Korb sind Stahlketten von der Winde zu den Verbindungsgliedern montiert worden (siehe Abbildung 66).

Wird nun der Korb in der Höhe verstellt, so geht man wie folgt vor:

- Lockern der Klemmung zwischen dem Korb und den Stahlstäben des Pendels durch Aufdrehen der 8 Drahtseilklemmen.
- Betätigung des Tasters „Ziehen“ der Winde. Dadurch wird der Korb durch die 4 Stahlketten in die Höhe gehoben.
- Fixieren der 8 Drahtseilklemmen.
- Nachspannen der 4 Abspannseile, da die Zugspannung durch das Heben des Korbes aufgehoben wird.

Es ist ein Linearmotor zwischen der Winde und dem Korb montiert worden. Der Linearmotor wurde an der Oberseite des Korbes montiert. Die Anregung erfolgt elektromagnetisch. Die Stange des Linearmotors wird über den Motorflansch angeregt. Der Motorflansch selbst ist fest mit dem Aluminiumprofil verschraubt. An



jedem Ende der Stange befindet sich ein Schlitten, auf welchem die Gewichte montiert werden. Diese Schlitten werden durch 2 Führungsstangen, welche sich seitlich des Aluminiumprofils befinden, geführt.

Die Anregung ist somit vergleichbar mit dem Schaukeln. Beim Schaukeln werden die Füße ebenfalls einmal ausgestreckt und dann angezogen.

Durch das Hin- und Herfahren der beiden Schlitten mit den darauf angebrachten Gewichten wird das System angeregt (siehe Abbildung 66).

Weiters ist der Flüssigkeitstilger mit Gewindestangen und Schellen am Korb montiert. Der Flüssigkeitstilger besteht aus Kunststoffrohren. Der Tilger wird von oben mit Wasser befüllt. Es ist eine Füllstandsanzeige eingebaut worden, damit man exakt die gewünschte Wassermenge zur Versuchsdurchführung einbringen kann. Unten befindet sich ein Wasserauslaß (siehe Abbildung 66).

Um mit dem gleichen Flüssigkeitsstand unterschiedliche Dämpfungswirkungen für unterschiedliche Höhen des Korbes zu erreichen, wurden zusätzlich 4 verschieden große Luftkammern an den Flüssigkeitstilger angebaut. Von einem Ende des Flüssigkeitstilgers geht ein Luftschlauch zu der 1. Luftkammer. Im Anschluss befindet sich die 2. Luftkammer von welcher ein Luftschlauch zur 3. Kammer führt. Abermals wird mit einem Luftschlauch die Verbindung zur 4. und gleichzeitig größten Kammer hergestellt. Jede dieser Kammern kann mit einem Schieber geöffnet oder geschlossen werden. Sind alle Kammern offen, so wirkt der Flüssigkeitstilger alleine. Schließt man zum Beispiel nach der 2. Kammer, so dämpft das zwischen der Flüssigkeitssäule und der 2. Luftkammer befindliche Luftvolumen die sich in Bewegung befindende Wassersäule. Je weniger Kammern geschlossen sind, desto steifer wird die Luftfeder und desto größer ist die Dämpfungswirkung auf die Flüssigkeit,

Es wurden 2 Winkelmesssensoren, der Füllstandsmesssensor, ein Druckmesssensor sowie ein Temperaturmesssensor am Korb angebracht.

Im nächsten Schritt wurden die elektrische Versorgung des Linearmotors und die Verkabelungen zu den Sensoren installiert. Als Zusatz wurde ein Rechner, geschützt durch einen Kasten, auf dem Korb montiert. Alle Signale und Daten wandern zu diesem. Der große Vorteil besteht darin, dass diese CPU ferngesteuert über WLAN =

„Wireless Local Area Network“ bedient werden kann. Der Rechner ist mit der Regelung und Steuerung des Linearmotors verbunden. Am Rechner befindet sich eine von der Firma Red Bernard programmierte Lab-View-Applikation. Mit dieser lässt sich der gesamte Versuch steuern. Der Linearmotor wird angelenkt und die Messwerte der Sensoren werden aufgenommen.

### 6.3 Konstruktion der Pendelaussteifung

Es ist eine Aussteifung für das Pendel konstruiert worden, damit die Torsionssteifigkeit erhöht wird. Befindet sich der Korb in tiefen Lagen – großer Abstand zur Drehachse – so wird die Pendelaussteifung oberhalb des Korbes angebracht.



Abbildung 67: Pendelaussteifung

Der Aufbau besteht aus Aluminium – Profilen mit den Querschnittsabmessungen von 45 mm x 45 mm. Die Anbindung an die Pendelstäbe erfolgt durch einen Befestigungswinkel. Durch die gefertigten Langlöcher beim Befestigungswinkel ist der genaue Pendelstababstand einzustellen. An dem Befestigungswinkel sind verzinkte Drahtseilklemmen angebracht worden. Dadurch kann die Aussteifung an den Pendelstangen fixiert werden (siehe Abbildung 67).



---

Die Zusammenstellungszeichnung und die Werkstättenzeichnung des Befestigungswinkels sind vom Verfasser dieser Arbeit angefertigt worden.

Die Fertigung und Montage der Pendelaussteifung hat die Firma Red Bernard durchgeführt.



6.3.1 Zusammenstellungszeichnung der Pendelaussteifung

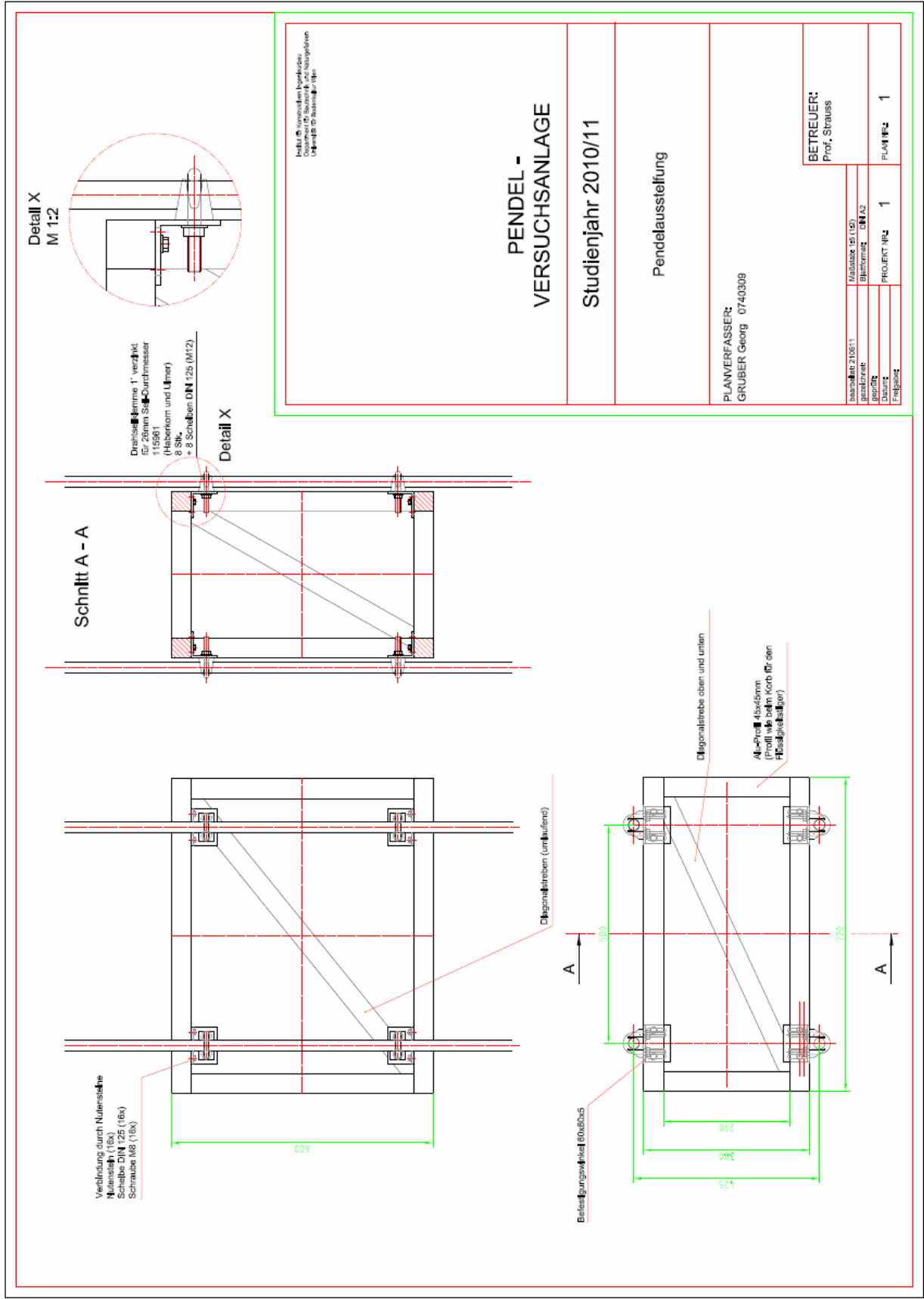


Abbildung 68: Zusammenstellungszeichnung der Pendelaussteifung





6.3.2 Werkstättenzeichnung des Befestigungswinkels

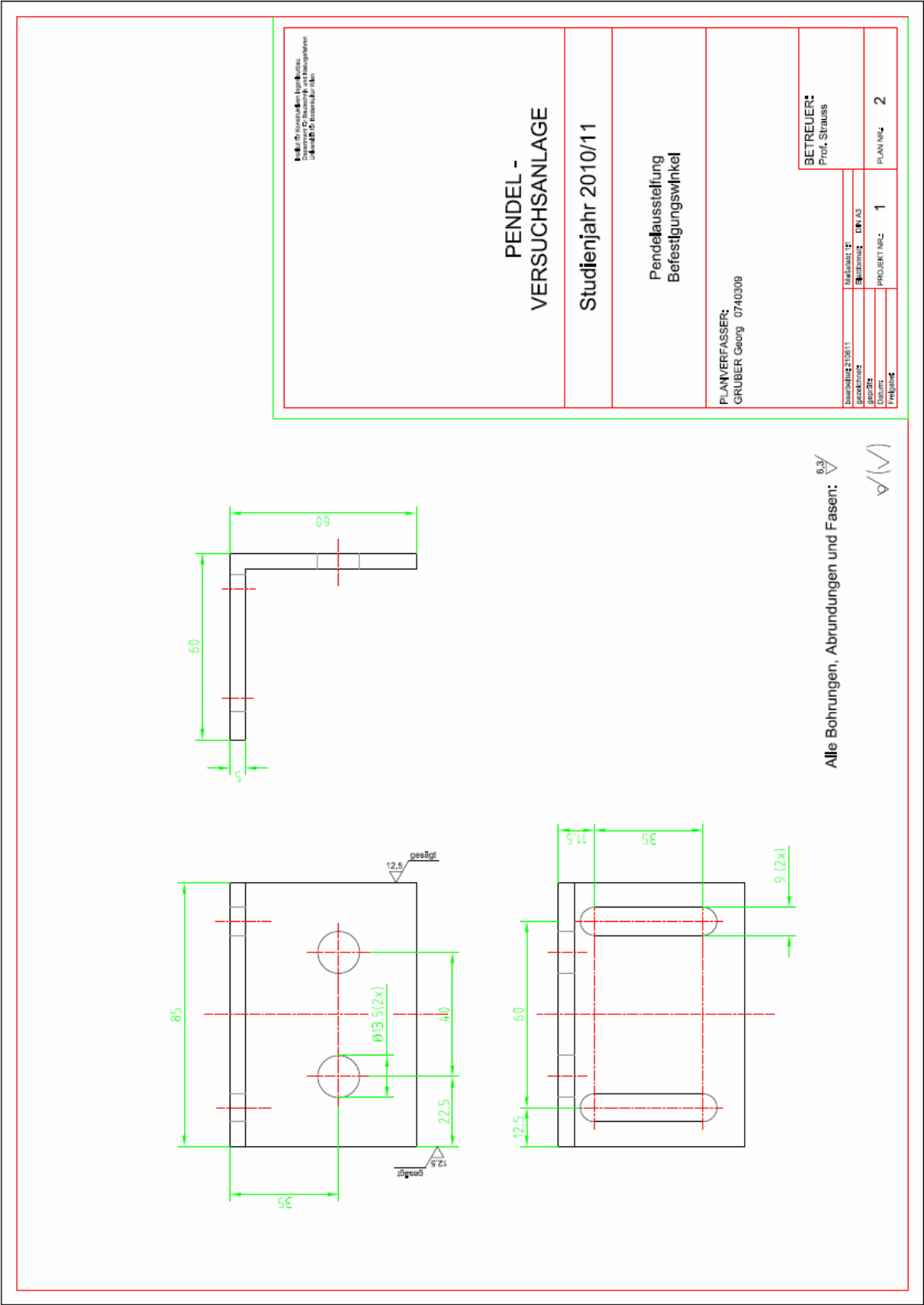


Abbildung 69: Werkstättenzeichnung des Befestigungswinkels

## 6.4 Versuchsdurchführung und Versuchsauswertung

Ein weiteres Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, bei ausgewählten Versuchen teilzunehmen und diese zu dokumentieren.

Die komplette Durchführung und Auswertung des von der Firma Red Bernard geforderten Versuchsprogrammes erfolgt durch Herrn Janez Schellander im Zuge einer eigenen Masterarbeit mit dem Titel „Experimente mit einem aktiven Flüssigkeitstilgersystem zur Reduktion von Strukturschwingungen“.

### 6.4.1 Vorarbeiten

Vor Versuchsbeginn ist die elektrische Versorgung der Box am Korb sicherzustellen. Weiters ist der Gefahrenbereich des ausschlagenden Pendels abzusichern. Hierzu sind einfach zwei Bewehrungsseile in zwei Ziegel gesteckt worden. Die Seile sind durch ein Baustellensicherungsband verbunden worden. Um das Pendel vor starkem Wind beziehungsweise Vandalismus zu schützen, wird es mit Spanngurten mit dem Grundgestell fixiert. Lediglich bei der konkreten Arbeit bei der Versuchsdurchführung werden die Spanngurte entfernt.

Am 9. August 2011 haben Herr Janez Schellander und der Verfasser dieser Arbeit folgende Versuche am Versuchsstand durchgeführt:

- Freischwingversuch
- Anregung mit dem Linearmotor, Flüssigkeitstilger ohne Befüllung
- Anregung mit dem Linearmotor, Flüssigkeitstilger mit Befüllung

Alle Versuche sind bei einem Abstand vom Drehpunkt bis zum Massenschwerpunkt des Pendels von ~ 4 Metern durchgeführt worden. Der Schwerpunkt wandert tendenziell durch die Stangen, durch die Verdrehversteifung und die Kopfplatte nach oben.

### 6.4.2 Inbetriebnahme

Der Rechner in der Steuerungsbox als auch der mobile Laptop von Herrn Janez Schellander werden hochgefahren. Anschließend wird die Verbindung mit der CPU des Rechners am Korb über das WLAN = „Wireless Local Area Network“ mit dem

mobilen Laptop hergestellt. Nun kann mit einer von der Firma Red Bernard eigens programmierten Lab-View-Applikation die Ansteuerung des Linearmotors übernommen werden. Weiters werden die Daten der Sensoren und die gewünschten Aufzeichnungen des Versuches auf den mobilen Laptop übertragen.

### 6.4.3 Freischwingversuch, Versuchsreihe – 4m

Beim Freischwingversuch erfolgt die Anregung nicht mit dem Linearmotor, sondern manuell. Herr Janez Schellander und der Verfasser der vorliegenden Masterarbeit haben den Korb bis zu einem Auslenkwinkel von circa  $30^\circ$  aufgeschaukelt. Anschließend wurde die Zeit ermittelt, bis sich das Pendel – verursacht durch die Lagerreibung und den Luftwiderstand – im Stillstand befindet.

Tabelle 11: Ergebnisse des Freischwingversuches

Erreger- frequenz [Hz]	Max. Amplitude [°]	Min. Amplitude [°]	Absolut- auslenkung[°]	Gemittelte Auslenkung [°]	T [min:sec]
0,252	28,19	-32,69	60,88	30,44	23:50
0,252	26,73	-30,27	57,00	28,50	23:30

Die Zeit von circa 24 Minuten lässt darauf schließen, dass die Lagerreibung sehr gering ist. Die Flanschlagerereinheiten mit den integrierten Rillenkugellagern verursachen wenig Reibwiderstand.

### 6.4.4 Anregung mit dem Linearmotor, Flüssigkeitstilger ohne Befüllung, Versuchsreihe – 4m

Bei den nächsten Versuchen erfolgt die Anregung mit dem Linearmotor. Es sind verschiedene Frequenzen ausgetestet worden um diejenige Frequenz zu ermitteln, bei der der Korb in Eigenfrequenz schwingt. Dies ist dann der Fall, wenn der Auslenkwinkel des Pendels ein Maximum erreicht.

Tabelle 12: Schwingversuch mit Linearmotor - Flüssigkeitstilger nicht befüllt

Erreger- frequenz [Hz]	Max. Amplitude [°]	Min. Amplitude [°]	Absolut- auslenkung [°]	Gemittelte Auslenkung [°]
0,170			3,00	1,50
0,200	1,10	-1,87	2,97	1,49
0,220	1,36	-2,10	3,46	1,73
0,230	1,82	-2,35	4,17	2,08
0,235	1,99	-2,07	4,06	2,03
0,240	2,26	-2,85	5,11	2,56
0,245	3,39	-3,58	6,97	3,48
0,250	6,44	-7,34	13,78	6,89
0,251	8,88	-9,70	18,58	9,29
0,252	17,73	-19,00	36,73	18,36
0,253	14,27	-14,95	29,23	14,61
0,254	10,73	-11,16	21,90	10,95
0,255	7,49	-7,69	15,18	7,59
0,260	1,88	-2,25	4,12	2,06
0,270	0,70	-1,27	1,96	0,98
0,300	0,79	-1,14	1,93	0,96
0,320	1,54	-1,43	2,97	1,49

Die größte Auslenkung mit einem Winkel von  $18,36^\circ$  ergibt sich bei einer Erregerfrequenz des Linearmotors von 0,252 Hz.

#### 6.4.5 Anregung mit dem Linearmotor, Flüssigkeitstilger mit Befüllung, Versuchsreihe – 4m

Bei dieser Versuchsreihe wird das Pendel ebenfalls mit dem Linearmotor angeregt. Weiters wird der Flüssigkeitstilger bis zu einer Höhe von 31 cm mit Wasser befüllt. Die Flüssigkeitssäule wirkt der Pendelbewegung entgegen. Die Auslenkung des Pendels wird gedämpft.

Tabelle 13: Schwingversuch mit Linearmotor - Flüssigkeitstilger befüllt

Erreger- frequenz [Hz]	Max. Amplitude [°]	Min. Amplitude [°]	Absolut- auslenkung [°]	Gemittelte Auslenkung [°]
0,170	1,29	-1,51	2,79	1,40
0,200	0,96	-1,94	2,90	1,45
0,220	1,09	-2,14	3,23	1,61
0,230	1,62	-2,05	3,67	1,84
0,235	2,15	-3,10	5,25	2,62
0,240	2,58	-3,02	5,60	2,80
0,245	3,02	-4,05	7,07	3,53
0,246	2,86	-4,50	7,36	3,68
0,247	3,28	-4,74	8,02	4,01
0,248	3,68	-5,24	8,92	4,46
0,249	3,90	-6,24	10,14	5,07
0,250	5,92	-6,73	12,65	6,32
0,251	7,06	-8,30	15,36	7,68
0,252	6,11	-6,85	12,96	6,48
0,253	4,43	-4,43	8,86	4,43
0,254	3,25	-3,12	6,37	3,18
0,255	1,64	-3,37	5,00	2,50
0,260	0,96	-1,18	2,13	1,07
0,270	0,71	-1,37	2,09	1,04
0,300	0,79	-1,13	1,92	0,96
0,320	0,85	-1,41	2,26	1,13

In der graphischen Darstellung der Auslenkungen mit und ohne Tilger ist die gute Dämpfungswirkung des Flüssigkeitstilger ersichtlich (siehe Abbildung 70).

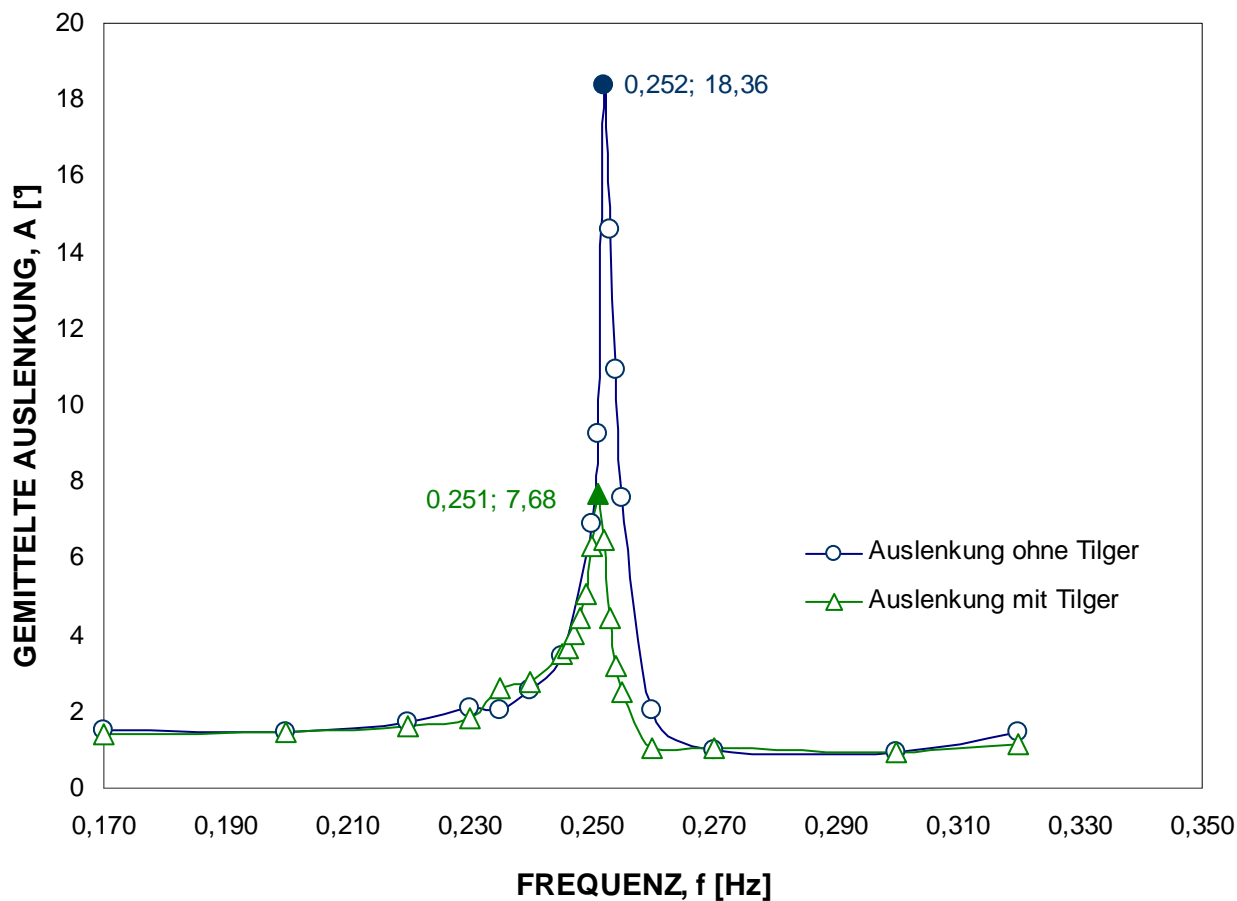


Abbildung 70: Graphische Darstellung der Auslenkungen mit und ohne Tilger

Bei befülltem Flüssigkeitstilger zeigt sich, dass die maximale Auslenkung von 7,68° deutlich kleiner ist, als die Auslenkung des Pendels von 18,36° ohne befülltem Flüssigkeitstilger.

$$18,36^\circ \dots\dots\dots 100\%$$

$$7,68^\circ \dots\dots\dots x$$

$$x = \frac{7,68^\circ}{18,36^\circ} \cdot 100 \quad (6.1)$$

$$\underline{\underline{x = 42\%}}$$

Die Auslenkung beträgt nur mehr 42% im Vergleich zur Auslenkung ohne befülltem Flüssigkeitstilger. Dies entspricht einer Reduktion der Amplitude von 58% und stellt ein erfreuliches Ergebnis dar.

Bei der Auslenkung mit dem befüllten Flüssigkeitstilger sollten sich laut Herrn Assoc. Prof. Dr. Alfred Strauss 2 Spitzen ausbilden, da sowohl der Korb als auch der Flüssigkeitstilger einen eigenen Massenschwerpunkt besitzen.

#### 6.4.6 Ermittlung der Differenz des Massenschwerpunktes der Flüssigkeit zum Massenschwerpunkt des Korbes

**Zustand 1:**

$$I: \quad x = c \quad (6.2)$$

$$II: \quad y = x - c = 0 \quad (6.3)$$

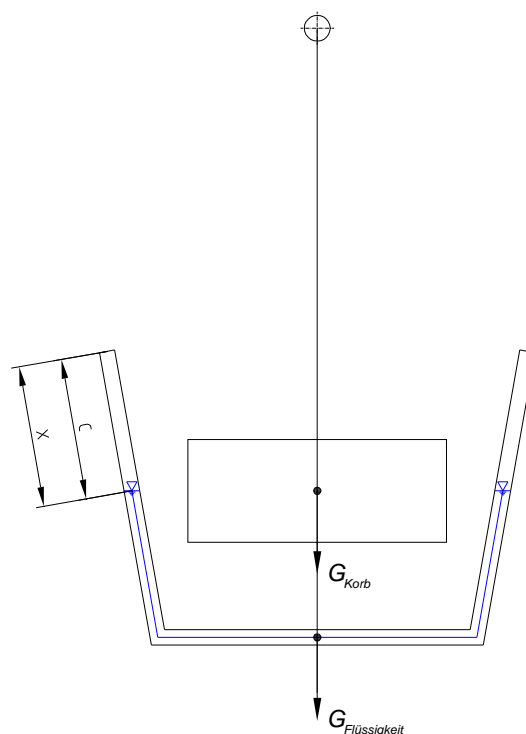


Abbildung 71: Ruhelage des Pendels

In der Ruhelage, im Zustand 1, liegen sowohl der Massenschwerpunkt des Korbes als auch der Massenschwerpunkt der Flüssigkeit auf der gleichen Wirkungslinie (siehe Abbildung 71). Den Abstand  $c$  erhält man durch Abmessen der Länge, in dem



sich in der Ruhelage kein Wasser im Rohr befindet. Der Abstand  $x$  ist direkt aus dem LabView-Programm auszulesen.

Wird nun das Pendel mit dem Linearmotor ausgelenkt, so schwingt die Flüssigkeit der Schwerkraft folgend in die entgegengesetzte Richtung (Abbildung 72). Somit ergibt sich der Zustand 2. Es zeigt sich, dass der Massenschwerpunkt des Korbes und der Massenschwerpunkt der Flüssigkeit nicht mehr auf der gleichen Wirkungslinie liegen. Weiters kommt der Massenschwerpunkt der Flüssigkeit beim Zustand 2 nicht genau im Rohr zu liegen.

Als Vereinfachung wird angenommen, dass der Massenschwerpunkt der Flüssigkeit bei einer Auslenkung auf die linke Seite genau um die Länge  $y$  nach rechts wandert. Mit diesen Annahmen ist der Auslenkwinkel  $\varphi_{Fl.}$  zu ermitteln.

### Zustand 2:

$$III : \quad y = x - c \quad (6.4)$$

$$\varphi_{Korb} = \varphi_{LabView}$$

$$\varphi_{Fl.} = \varphi_{Korb} - \alpha$$

$$\varphi_{Fl.} = \varphi_{Korb} - \arctan \frac{y}{l}$$

$$\underline{\underline{\varphi_{Fl.} = \varphi_{Korb} - \arctan \frac{(x-c)}{l}}} \quad (6.5)$$



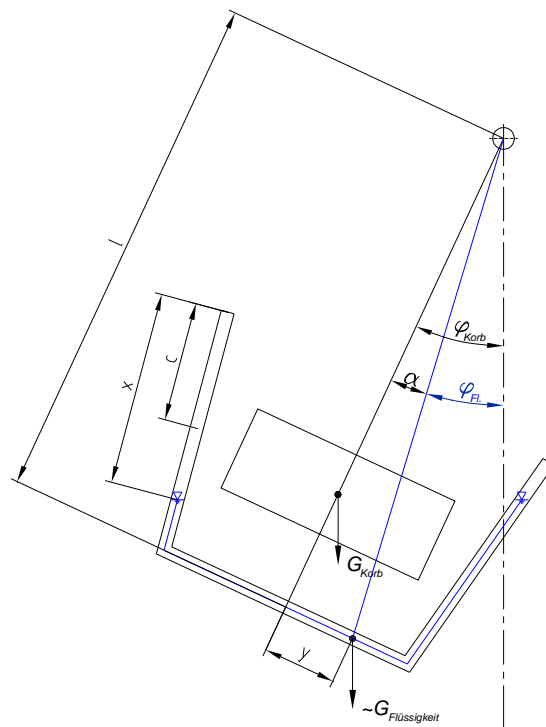


Abbildung 72: Auslenkung des Pendels

Im Idealfall spiegelt sich beim Zustand 2 die Flüssigkeit aus. Es wird vermutet, dass die Flüssigkeit zu wenig Zeit hat, vollständig in die entgegengesetzte Richtung der erzwungenen Schwingung auszuschwingen. Daher tritt der Effekt von 2 auftretenden Spitzen bei der Auslenkung mit dem Tilger nicht auf.

Nähere Untersuchungen und Berechnungen werden in der Masterarbeit von Herrn Janez Schellander erläutert.

Im September wurden die Luftkammern von der Firma Red Bernard montiert. Der Verfasser führte gemeinsam mit Herrn Janez Schellander am 4. Oktober 2011 folgende Versuche bei einem Abstand von 3m vom Massenschwerpunkt des Pendels zur Drehachse durch:

- Anregung mit dem Linearmotor, Flüssigkeitstilger ohne Befüllung
- Anregung mit dem Linearmotor, Flüssigkeitstilger mit Befüllung, alle 4 Luftkammern inklusive dem Endstück offen
- Anregung mit dem Linearmotor, Flüssigkeitstilger mit Befüllung, alle Luftkammern offen, Endstück geschlossen

---

### 6.4.7 Luftkammern

Der Zweck der Luftkammern besteht darin, dass mit einem Flüssigkeitsstand die Versuche für alle Höhen durchgeführt werden können. Sowohl das Pendel als auch der Flüssigkeitstilger weisen eine eigene optimale Eigenfrequenz auf, welche sich allerdings mit dem Abstand der Drehachse zum Massenschwerpunkt des Pendels ändert. Die Luftkammern ermöglichen es, die gewünschte Eigenfrequenz der Flüssigkeitssäule in Bezug zur konkreten Höhe und der daraus resultierenden Eigenfrequenz des Pendels so einzustellen, dass eine optimale Dämpfungswirkung des Gesamtsystems – des in Bewegung befindlichen Pendels – eintritt.

Herr Janez Schellander führt viele Versuche mit dem Flüssigkeitstilger und den Luftkammern durch. Gemeinsam mit der Firma Red Bernard werden die Ergebnisse der Versuche von Herrn Schellander verfeinert, um die Dämpfungswirkung des Pendels in Kombination mit dem Flüssigkeitstilger und den Luftkammern für alle Höhen des Versuchsstandes zu maximieren.



## 7 Zusammenfassung und Ausblick

In jeder Zeit ist eine ständige Weiterentwicklung und Forschung erforderlich um wettbewerbsfähig zu bleiben. Durch die Entwicklung eines Versuchsstandes für ein aktives Flüssigkeitstilgersystem wird es der Forschungsfirma Red Bernard ermöglicht, gezielte Flüssigkeitsdämpfer passiv als auch aktiv in Bezug auf verschiedene Erregerfrequenzen und Auslenkungen in realen Dimensionen und Größenordnungen zu entwickeln.

Um diesen Versuchsstand entwickeln zu können, wurde auf die Theorie des Einmassenschwingers eingegangen. Mit diesem Wissen wurde die Frequenz des physikalischen Pendels aufgrund der Vorgaben und Rahmenbedingungen der Firma Red Bernard ermittelt.

Im Zuge der Ausarbeitungen wurden drei verschiedene Varianten entwickelt. Die Variantenanalyse hat es ermöglicht, bewusst die zu erfüllenden Kriterien aufzuzeigen. Nach der Bewertung wurde die kostengünstigste und einfachste Variante herangezogen.

Es wurden die grundlegenden Maschinenelemente berechnet.

Die Detailplanung der gewählten Variante wurde mit dem 3D-Konstruktionsprogramm „CoCreate Modeling Personal Edition“ durchgeführt. Zur besseren Abschätzung wurden die gewählten Dimensionen mit dem numerischen Berechnungsprogramm „RFEM“ nachgerechnet. Nach dem Anfertigen der Zusammenstellungszeichnung sowie der detaillierten Werkstättenzeichnungen wurde der Versuchsstand von der Firma Stahlbau Kiss gefertigt und beim Osteingang des Schwackhöferhauses aufgestellt. Die Firma Red Bernard hat den Korb sowie den für die Anregung des Systems erforderlichen Linearmotor montiert. Weiters wurde die erforderliche Sensorik angebracht. Die Stromversorgung sowie die Ansteuerung der Aktuatoren und Sensoren erfolgte ebenfalls durch die Firma Red Bernard.

Die ersten Versuche haben erfreuliche Ergebnisse geliefert. Der Flüssigkeitstilger dämpft den Ausschlag des Pendels bei einem Abstand von 4 m vom Massenschwerpunkt des Pendels zur Drehachse um 58%. Dies ist insofern erfreulich zu betrachten, da der Versuch unter realen Größenverhältnissen durchgeführt wurde und daher die Ergebnisse als repräsentativ zu betrachten sind.

Die umfangreichen Versuchsdurchführungen und Versuchsauswertungen im Zuge der Masterarbeit von Herrn Janez Schellander werden weitere Aufschlüsse über das



Dämpfungsverhalten dynamisch beanspruchter Bauteile durch adaptive Flüssigkeitstilger geben.

Gelingt es, ein Flüssigkeitstilgersystem in einen Sessellift oder in eine Gondel zu integrieren, so ergeben sich große Wettbewerbsvorteile für den Hersteller als auch für den Betreiber solcher Anlagen. Ein ruhiger, träger und somit sicherer Betriebsablauf erfreuen den Benutzer des Liftes als auch den Betreiber. Ein weiterer positiver Effekt ist der, dass je länger eine Liftanlage betrieben werden kann, mehr Einnahmen zu verzeichnen sind.

Die Möglichkeit, dieses System in mittelbarer Zukunft auf Marktreife zu bringen, ist durch die Entwicklung des Versuchsstandes gestiegen.



---

## 8 Verzeichnisse

### 8.1 Literaturverzeichnis

Bergmeister, K. (2008): Arbeitsunterlagen zur Lehrveranstaltung Baustatik und Festigkeitslehre, Wintersemester 2008/2009, Universität für Bodenkultur Wien, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau

Flesch, R. (2009): Baudynamik und Erdbebeningenieurwesen, Version 2009/03, Austrian Institute of Technology, TU Graz

Frankstahl, (2012): In: URL: [www.frankstahl.com/pdf/Lang\\_und\\_Flach/B4.pdf](http://www.frankstahl.com/pdf/Lang_und_Flach/B4.pdf) (Letzter Zugriff: 25.02.2012)

Friedrich, W., Lipsmeier, A., Teml, A., Barthel, M., Mogilowski, W., Rottbacher, H., Scheurmann, M., Wiens, E. (1998): Friedrich, Tabellenbuch Metall- und Maschinentechnik, 1151. – 1165. Auflage, Dümmler-Verlag, Bonn

Hauger, W., Schnell W., Gross D. (1999): Technische Mechanik, Band 3: Kinetik, 6. Auflage, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York

Matek, W., Muhs, D., Wittel, H., Becker, M., Jannasch, D. (2001a): Roloff/Matek Maschinenelemente, Tabellen, 15., durchgesehene Auflage, Friedrich Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden

Matek, W., Muhs, D., Wittel, H., Becker, M., Jannasch, D. (2001b): Roloff/Matek Maschinenelemente, Normung, Berechnung, Gestaltung, 15., durchgesehene Auflage, Friedrich Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden

Ramberger, G., Schnaubelt S., (1998): Stahlbau. 5., korrigierte Auflage; Wien, Manz Verlag Schulbuch

Schneider, K.-J., (2000): Bautabellen für Ingenieure. 14. Auflage; Düsseldorf, Werner Verlag

## 8.2 Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Einfluss der Dämpfung auf die Eigenfrequenz (Flesch, 2009) .....	19
Tabelle 2: Auslenkwinkel in Abhängigkeit des Abstandes der Aktuatorachse zur Pendelachse bei einem Hub des Aktuators von +/- 12,7 mm.....	52
Tabelle 3: Auslenkwinkel in Abhängigkeit des Abstandes der Aktuatorachse zur Pendelachse bei einem Hub des Aktuators von +/- 25,4 mm.....	52
Tabelle 4: Analyse und Bewertung der verschiedenen Varianten .....	63
Tabelle 5: Zusammenfassende Auflistung der Bemessungswerte und der berechneten Bolzendurchmesser.....	91
Tabelle 6: Symbolik der Werkstättenzeichnungen.....	96
Tabelle 7: Aufbau und Informationen des Schriftkopfes .....	97
Tabelle 8: Stückliste des Versuchsstandes – Teil 1.....	99
Tabelle 9: Stückliste des Versuchsstandes - Teil 2 .....	100
Tabelle 10: Zusammensetzung des Gesamtgewichtes der schwingenden Masse.	101
Tabelle 11: Ergebnisse des Freischwingversuches.....	116
Tabelle 12: Schwingversuch mit Linearmotor - Flüssigkeitstilger nicht befüllt .....	117
Tabelle 13: Schwingversuch mit Linearmotor - Flüssigkeitstilger befüllt.....	118

## 8.3 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Darstellung einer periodischen Schwingung (nach Hauger et al., 1999)	8
Abbildung 2: Darstellung einer harmonischen Schwingung (nach Hauger et al., 1999)	10
Abbildung 3: Einmassenschwinger (nach Flesch, 2009)	12
Abbildung 4: Darstellung der Eigenschwingung; ungedämpft und gedämpft (nach Flesch, 2009)	15
Abbildung 5: Darstellung des linearen Zusammenhanges zwischen Kraft und Verformung (nach Hauger et al., 1999)	16
Abbildung 6: Bewegungsverlauf bei verschiedenen Dämpfungen (nach Flesch, 2009)	18
Abbildung 7: Resonanzkurven und Phasenverschiebung für verschiedene Dämpfungsverhältnisse (aus Flesch, 2009)	21
Abbildung 8: Zweimassenschwinger (nach Flesch, 2009)	22
Abbildung 9: Systeme mit mehreren Freiheitsgraden (aus Flesch, 2009)	26
Abbildung 10: Rayleigh-Dämpfung (aus Flesch, 2009)	31
Abbildung 11: Ersatzmassenfaktoren von Zweimassensystemen (nach Flesch, 2009)	37
Abbildung 12: Vereinfachungen bei der Ermittlung der Erdbebenlasten (aus Flesch, 2009)	38
Abbildung 13: Fadenpendel (nach Hauger et al., 1999)	41
Abbildung 14: Physikalisches Pendel (nach Hauger et al., 1999)	42
Abbildung 15: Diagramm: Frequenz in Abhängigkeit vom Abstand des Aufhängepunktes	45
Abbildung 16: Diagramm: Einfluss der Masse auf die Frequenz	45
Abbildung 17: Konstruktionsplan der ersten Variantenstudie	47
Abbildung 18: Untersicht auf die Kopfplatte, Konstruktionsprinzip für die Aktuatoren, Schnitt A-A	48
Abbildung 19: Schnitt durch die Kopfplatte der ersten Variantenstudie	49
Abbildung 20: Erste Variantenstudie, Schnitt B – B	49
Abbildung 21: Pendelstange und Pendelmasse m sind in der Höhe verstellbar	50
Abbildung 22: Darstellung des Frequenzbereiches in Abhängigkeit vom Abstand zum Drehpunkt	51

Abbildung 23: Konstruktive Lösung der erweiterten ersten Variantenstudie zur Montage des Aktuators; Abstand zur Drehachse: 90 mm .....	53
Abbildung 24: Konstruktive Lösung der erweiterten ersten Variantenstudie zur Montage des Aktuators; Abstand zur Drehachse: 180 mm .....	53
Abbildung 25: Konstruktive Lösung der zweiten Variantenstudie .....	55
Abbildung 26: Seitenansicht der zweiten Variantenstudie .....	56
Abbildung 27: Querholm und Laschenlösung der zweiten Variantenstudie .....	57
Abbildung 28: Seitenansicht – Lagerung der zweiten Variantenstudie .....	57
Abbildung 29: Draufsicht – Ausführung des Pendelstabes der zweiten Variantenstudie .....	58
Abbildung 30: Formrohrrahmen .....	58
Abbildung 31: Formrohrrahmen, Stützen, Rundstähle, Abstreben der dritten Variantenstudie .....	59
Abbildung 32: Detailansicht der Abstreben und Bolzenverbindungen der dritten Variantenstudie .....	60
Abbildung 33: Detailansicht der Lagerung der dritten Variantenstudie .....	60
Abbildung 34: Datenblatt der Flanschlagereinheit der dritten Variantenstudie .....	61
Abbildung 35: Darstellung des Versuchsstandes und Darstellung der verschiedenen Korblagen .....	61
Abbildung 36: Blechabdeckung .....	62
Abbildung 37: Darstellung des Rundstahls inklusive Abstützungen .....	68
Abbildung 38: Darstellung des Ersatzsystems zur Berechnung der Durchbiegung des Rundstahls .....	68
Abbildung 39: Darstellung des Momentenverlaufes .....	70
Abbildung 40: Darstellung des Systems zur Berechnung der Druckspannung der Stützen .....	73
Abbildung 41: Wirkende Kräfte auf die Stütze im Kopfbereich .....	73
Abbildung 42: Darstellung des Querschnittes der Stütze .....	75
Abbildung 43: Transformation der Eigengewichtskraft in die Wirkungslinie der Stütze .....	75
Abbildung 44: Darstellung der Kräfte, die im Fußpunkt (im Lager A) wirken .....	76
Abbildung 45: Auszug der Festigkeitswerte für verschiedene Stahlsorten im allgemeinen Maschinenbau (Matek et al., 2001a) .....	78
Abbildung 46: Darstellung des Querschnittes der Rundrohre des Pendels .....	80



Abbildung 47: Richtwerte für anzustrebende $f_L$ -Werte (nach FAG) und zugeordnete nominelle Lebensdauerwerte für Wälzlagerungen (Matek et al., 2001a).....	82
Abbildung 48: Maßpläne für Wälzlager (Matek et al., 2001a) .....	83
Abbildung 49: Dynamische Tragzahlen C und statische Tragzahlen $C_0$ in kN (Matek et al., 2001a) .....	84
Abbildung 50: Systemvereinfachung zur Berechnung der Bolzenverbindung .....	86
Abbildung 51: Darstellung des erforderlichen Durchmessers bei der Abhängung....	89
Abbildung 52: Darstellung der eingegebenen Struktur des Versuchsstandes im Programm RFEM .....	92
Abbildung 53: Darstellung der Normalkräfte des Versuchsstandes.....	93
Abbildung 54: Darstellung des Momentenverlaufes im Rundstahl.....	94
Abbildung 55: Zusammenstellungszeichnung des Versuchsstandes .....	95
Abbildung 56: Werkstättenzeichnung der Formrohrbasis .....	98
Abbildung 57: Abladen der Teile vor dem Eingang.....	103
Abbildung 58: Verschrauben der Formrohrbasis mit der Formrohrverbindung .....	104
Abbildung 59: Verbindung der Stützen mit Hilfe des Rundstahls mit der Formrohrbasis .....	104
Abbildung 60: Aufstellen des Versuchsstandes mit dem Lastwagenkran.....	105
Abbildung 61: Aufstellen des Versuchsstandes auf zwei Betonblöcke zur Erhöhung der ruhenden Masse.....	105
Abbildung 62: Einnivellierung des Versuchsstandes mittels Wasserwaage .....	106
Abbildung 63: Einlegen von Flachstählen zur Sicherstellung des Nivellements des Versuchsstandes.....	106
Abbildung 64: Einbau des Lageradapters.....	107
Abbildung 65: Fertiger Versuchsstand (ohne Aufbauten) .....	107
Abbildung 66: Montage des Korbes inklusive der Aufbauten.....	108
Abbildung 67: Pendelaussteifung .....	111
Abbildung 68: Zusammenstellungszeichnung der Pendelaussteifung.....	113
Abbildung 69: Werkstättenzeichnung des Befestigungswinkels .....	114
Abbildung 70: Graphische Darstellung der Auslenkungen mit und ohne Tilger .....	119
Abbildung 71: Ruhelage des Pendels.....	120
Abbildung 72: Auslenkung des Pendels .....	122
Abbildung 73: Linear Actuator BEI - LA30-48-000A .....	132
Abbildung 74: Linear Actuator BEI - LA30-48-000A .....	132

Abbildung 75: Formrohrverbindung .....	133
Abbildung 76: Stütze .....	134
Abbildung 77: Stütze rechts.....	135
Abbildung 78: Abstützung.....	136
Abbildung 79: Zusatzabstrebung .....	137
Abbildung 80: Rundstahl inklusive Lasche .....	138
Abbildung 81: Scheibe $d = 62 \text{ mm}$ .....	139
Abbildung 82: Rundstahl inklusive Lasche und Abhängung .....	140
Abbildung 83: Bolzen $d = 30 \text{ mm}$ .....	141
Abbildung 84: Rundstahl - Lager .....	142
Abbildung 85: Lageradapter .....	143
Abbildung 86: Wellenbefestigung .....	144
Abbildung 87: Blechabdeckung .....	145

## 9 Anhang

## 9.1 Datenblätter der verwendeten Maschinenelemente

**Datenblatt:** Aktuator A: Linear Actuator, BEI, Kimco Magnetics Division San Marcos, CA 92069, LA30-48-000A

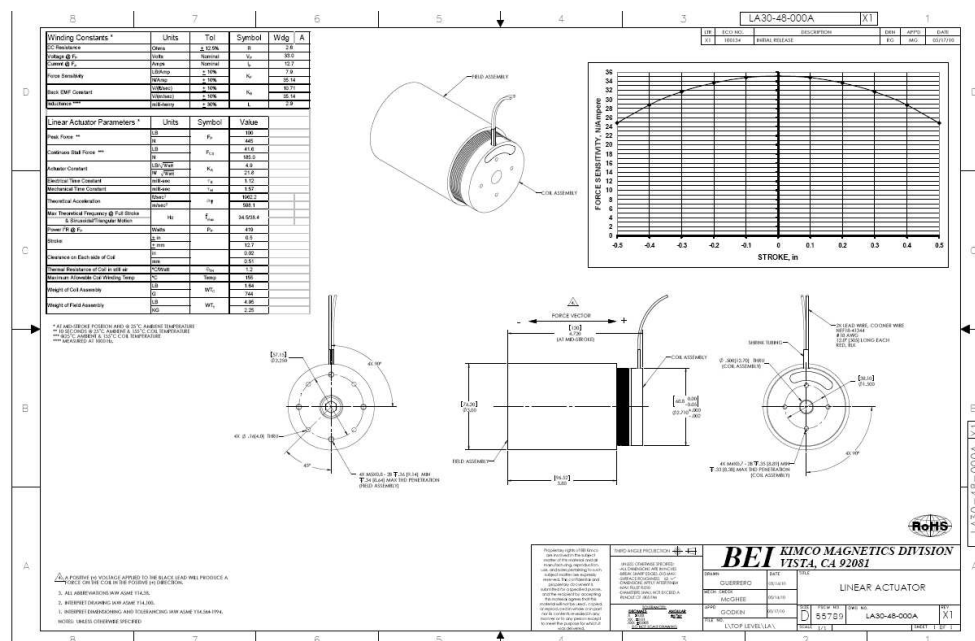


Abbildung 73: Linear Actuator BEI - LA30-48-000A

**Datenblatt:** Aktuator B: Linear Actuator, BEI, Kimco Magnetics Division San Marcos, CA 92069, LA30-75-001A

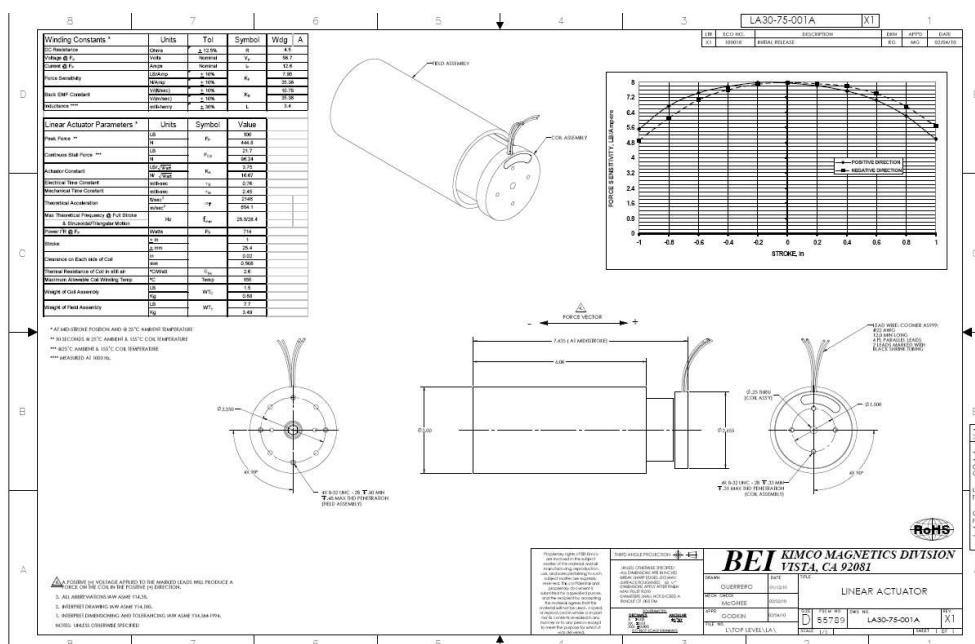
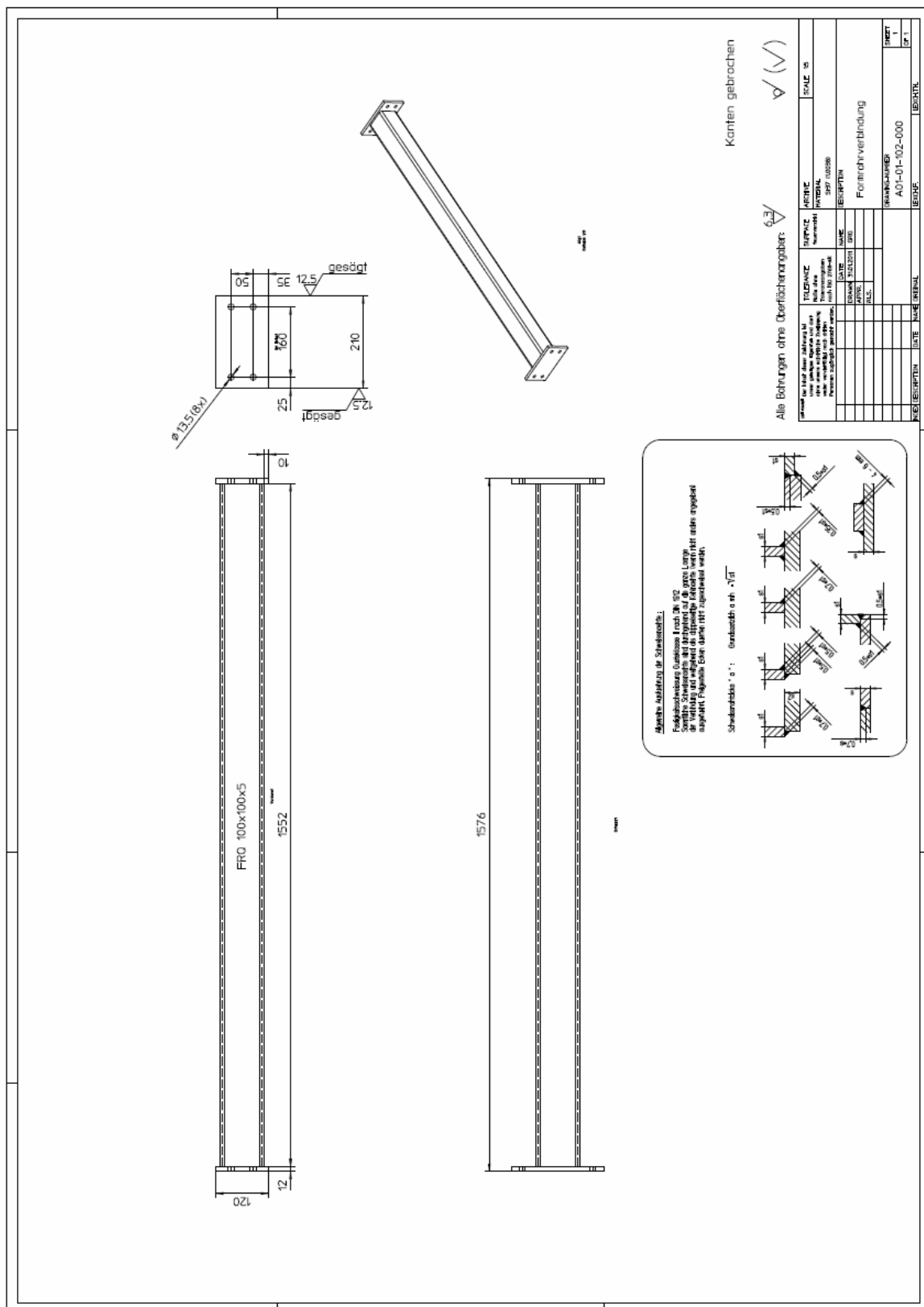


Abbildung 74: Linear Actuator BEI - LA30-48-000A

## 9.2 Werkstättenzeichnungen

### 9.2.1 Formrohrverbindung



### Abbildung 75: Formrohrverbindung

### 9.2.2 Stütze

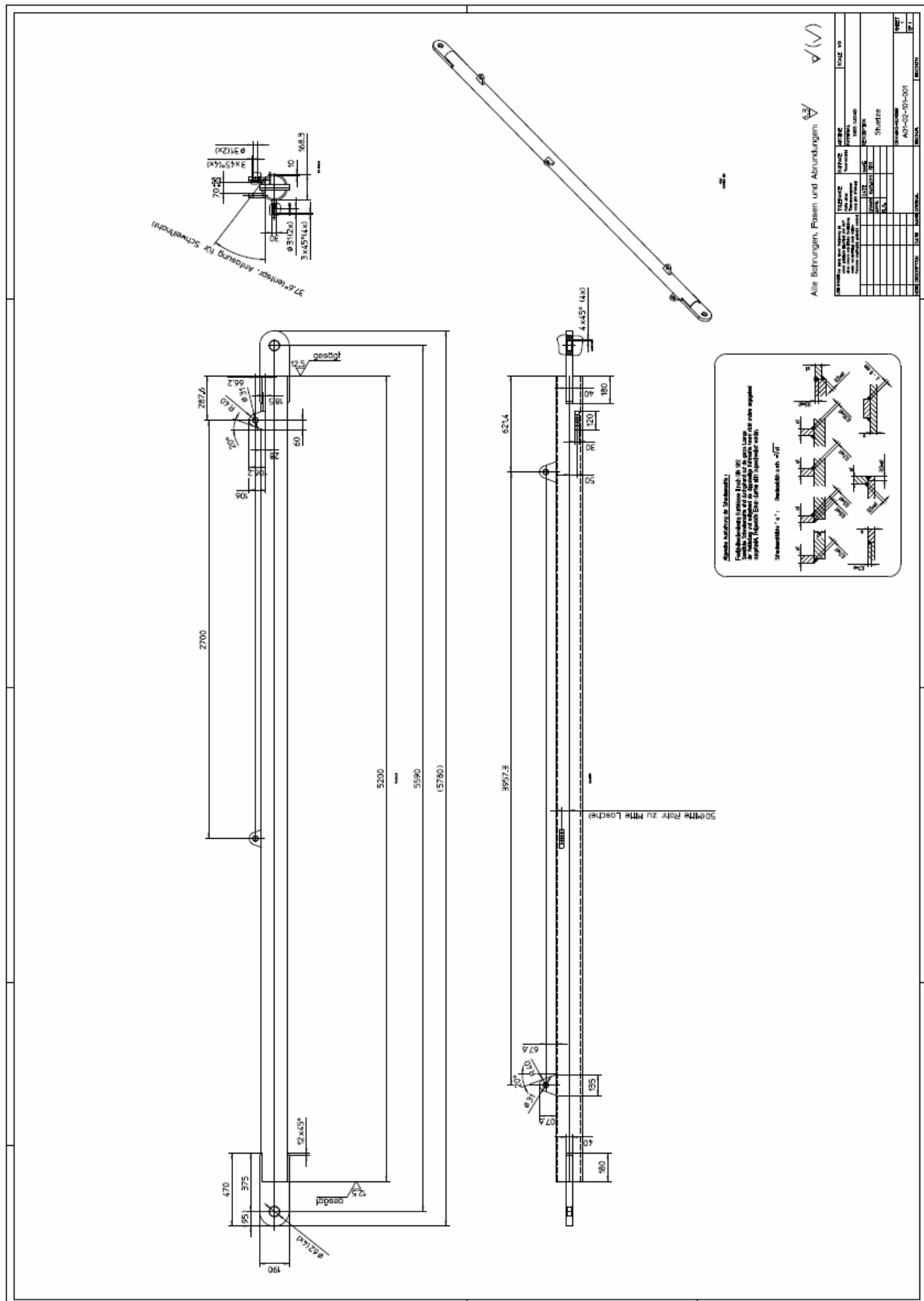


Abbildung 76: Stütze

### 9.2.3 Stütze rechts

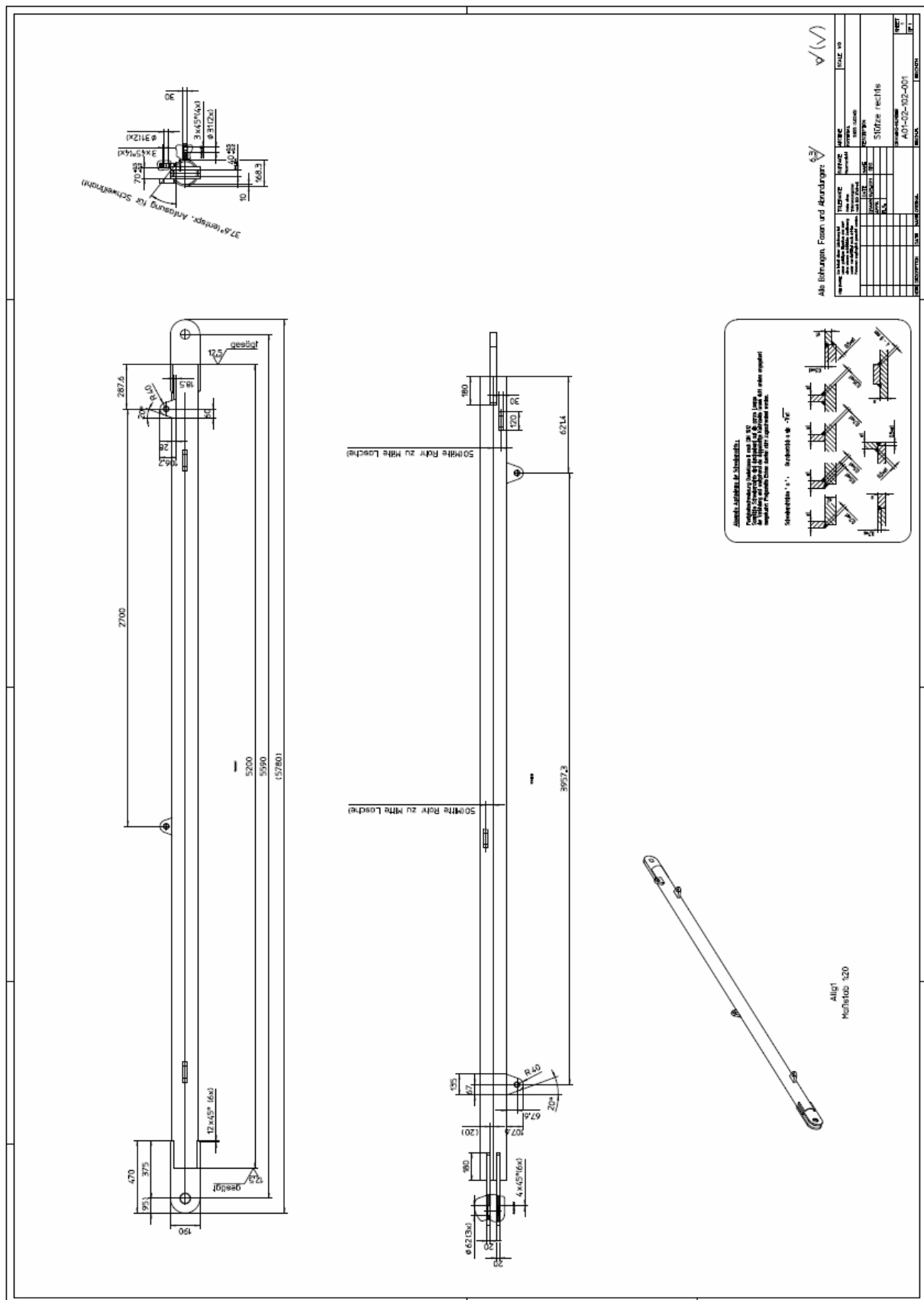


Abbildung 77: Stütze rechts

9.2.4 Abstützung

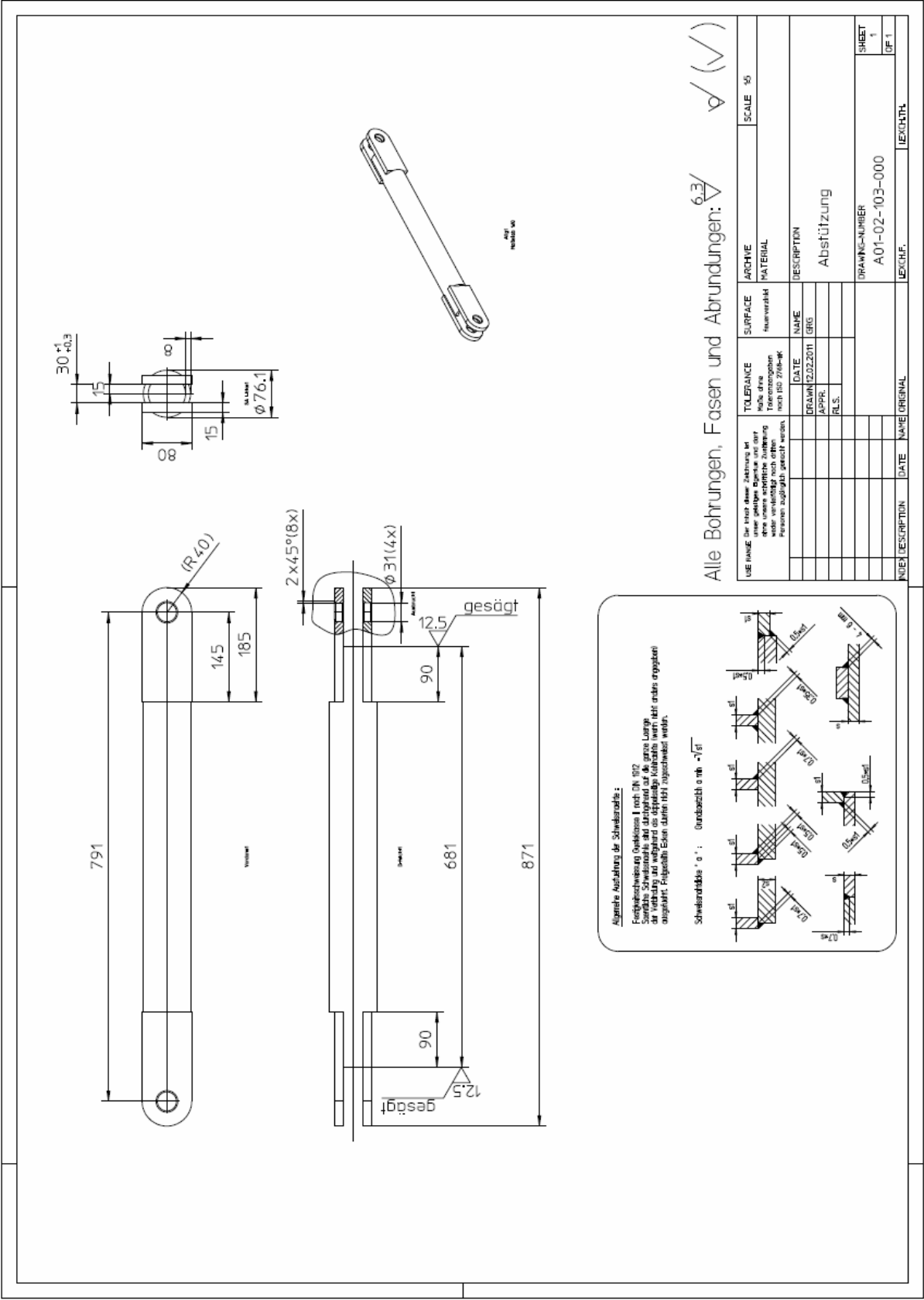


Abbildung 78: Abstützung







9.2.6 Rundstahl inklusive Lasche

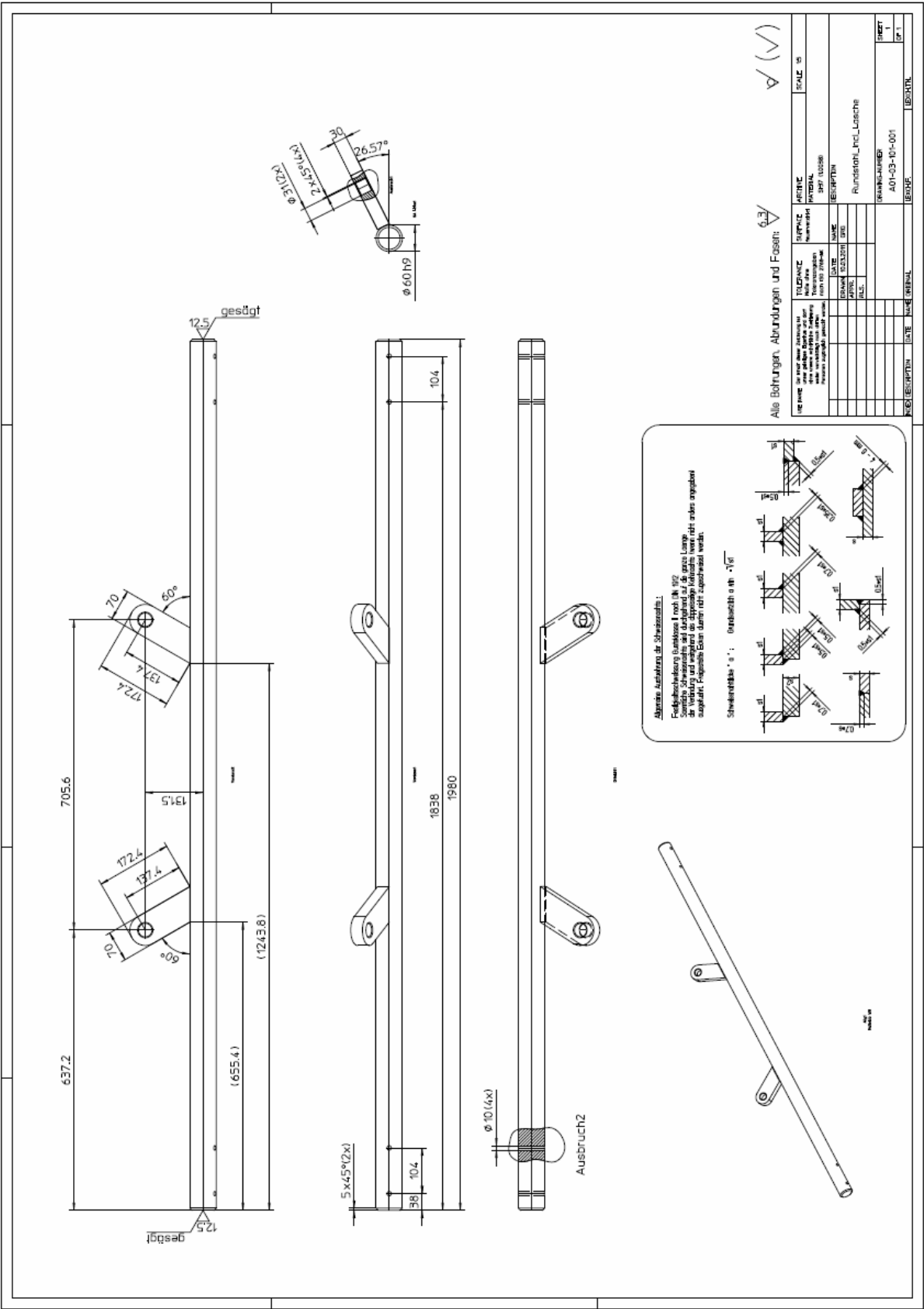


Abbildung 80: Rundstahl inklusive Lasche

### 9.2.7 Scheibe d = 62 mm

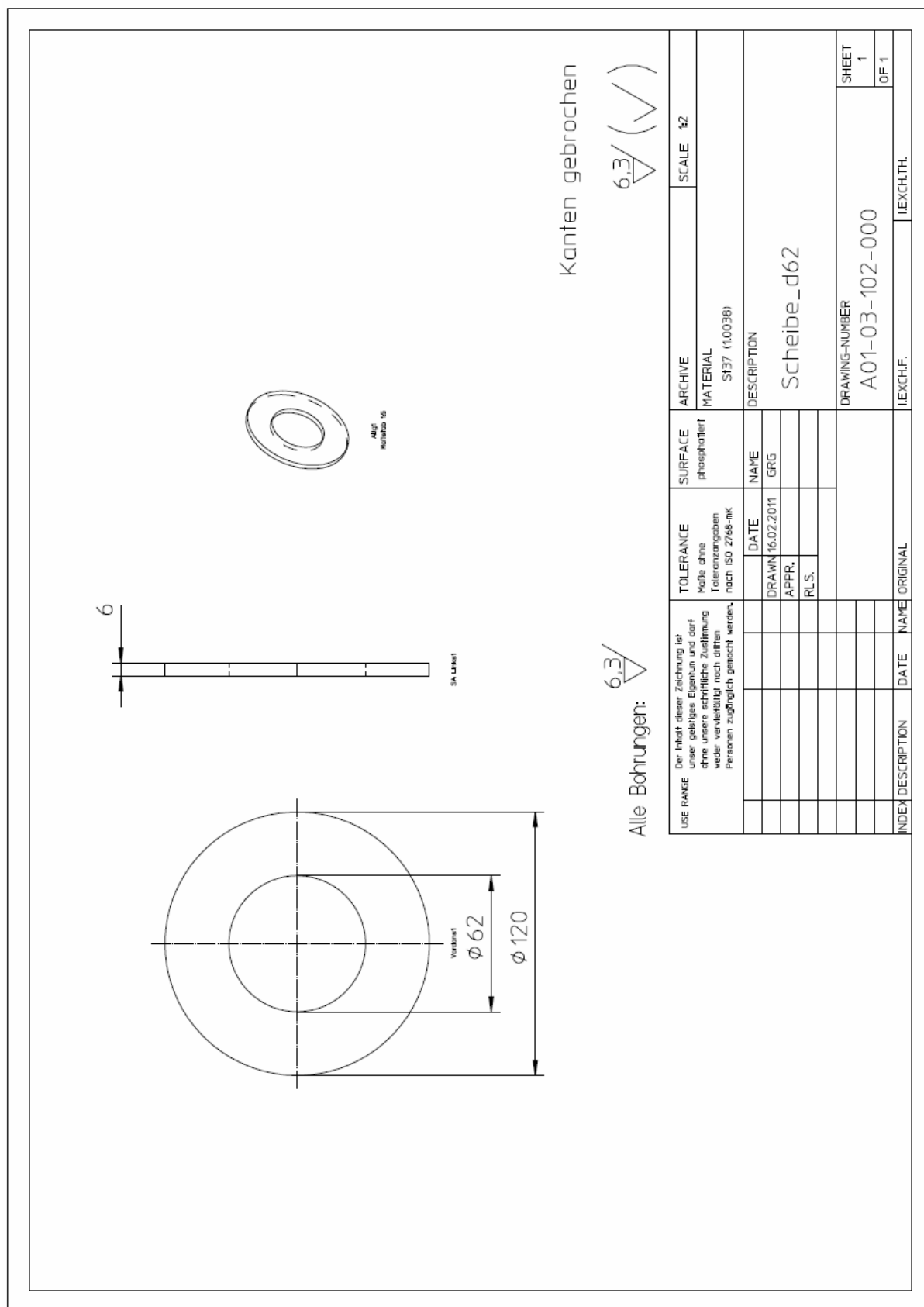


Abbildung 81: Scheibe  $d = 62 \text{ mm}$

### 9.2.8 Rundstahl inklusive Lasche und Abhängung

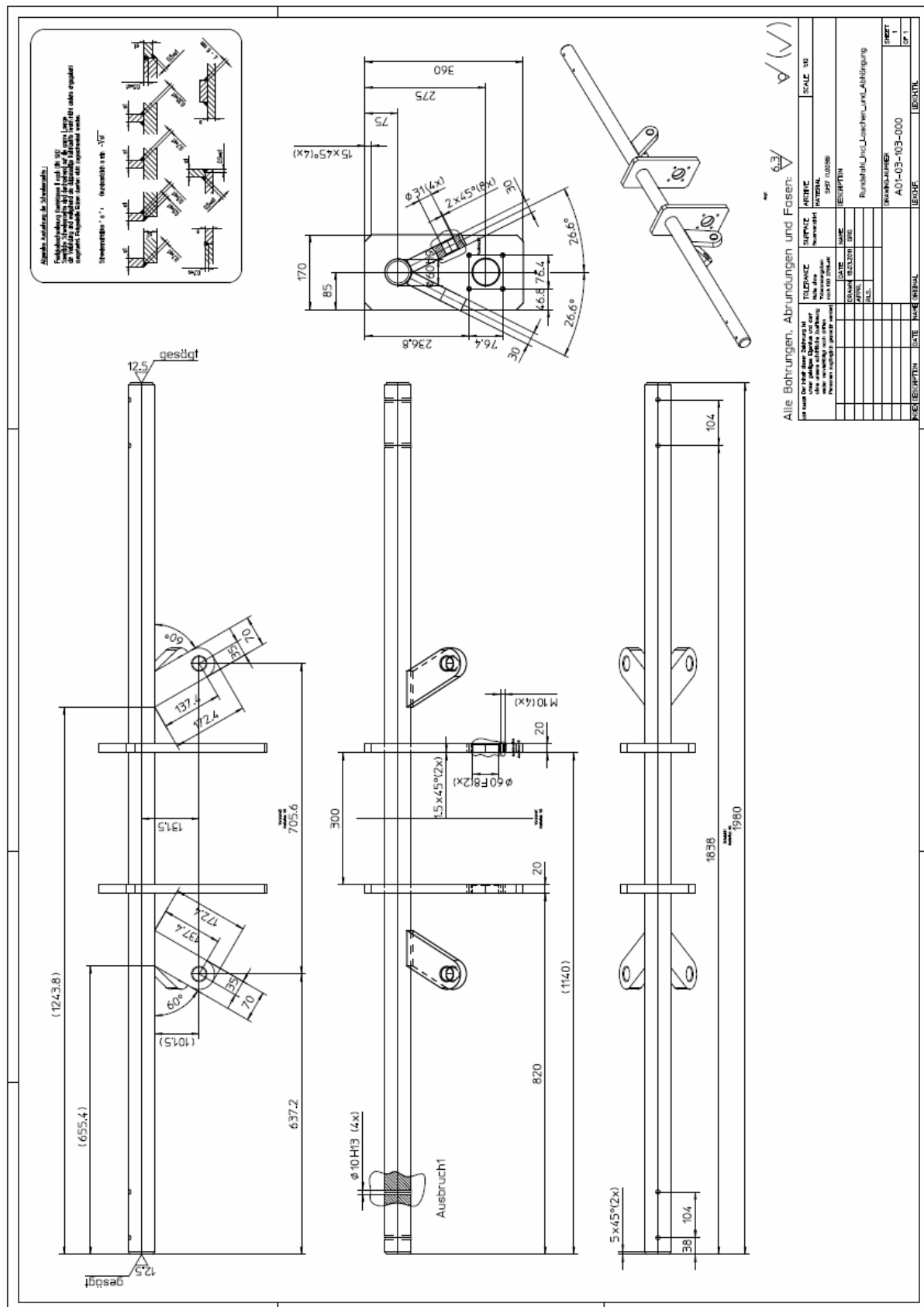


Abbildung 82: Rundstahl inklusive Lasche und Abhängung

### 9.2.9 Bolzen d = 30 mm

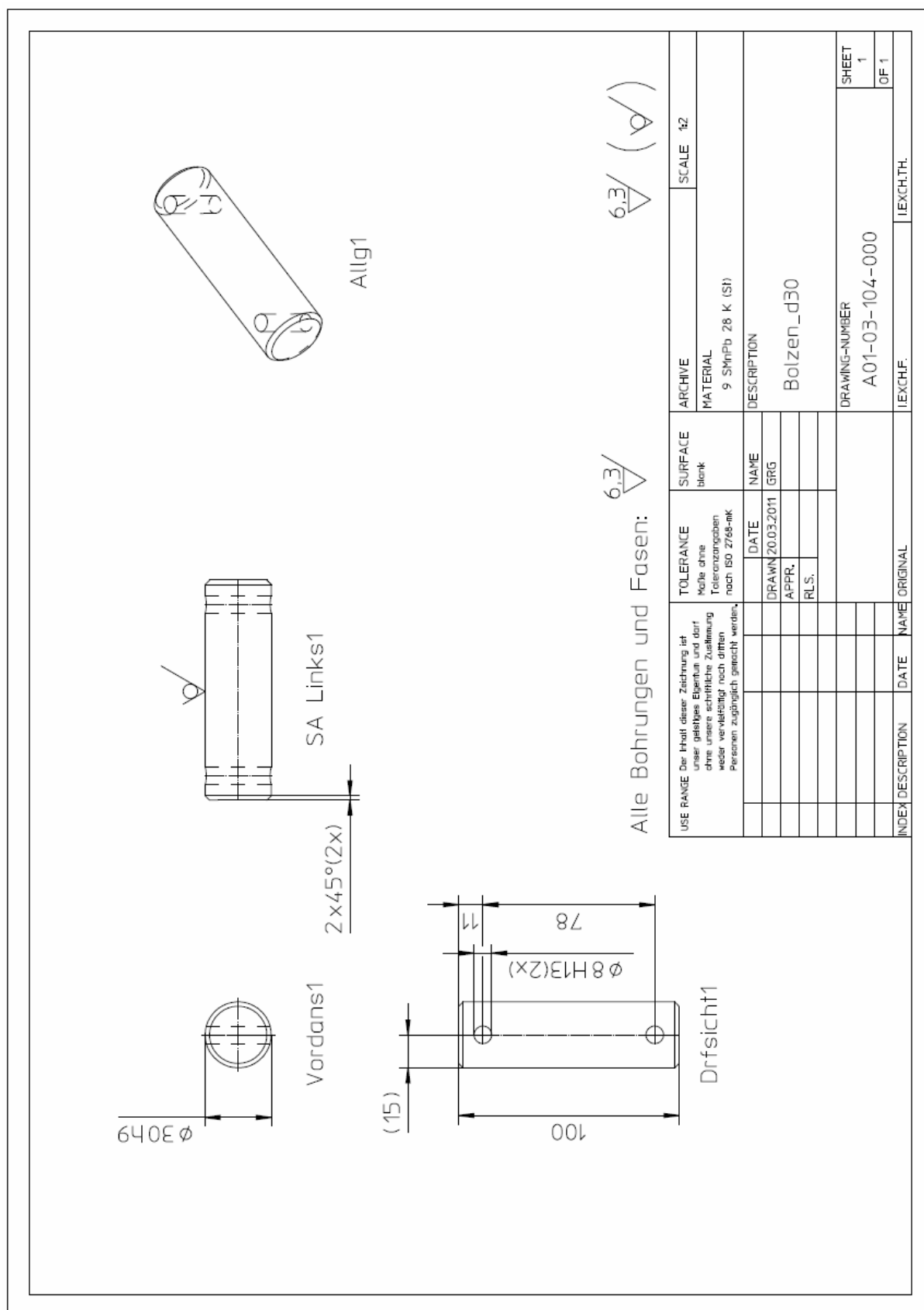


Abbildung 83: Bolzen  $d = 30$  mm

### 9.2.10 Rundstahl - Lager

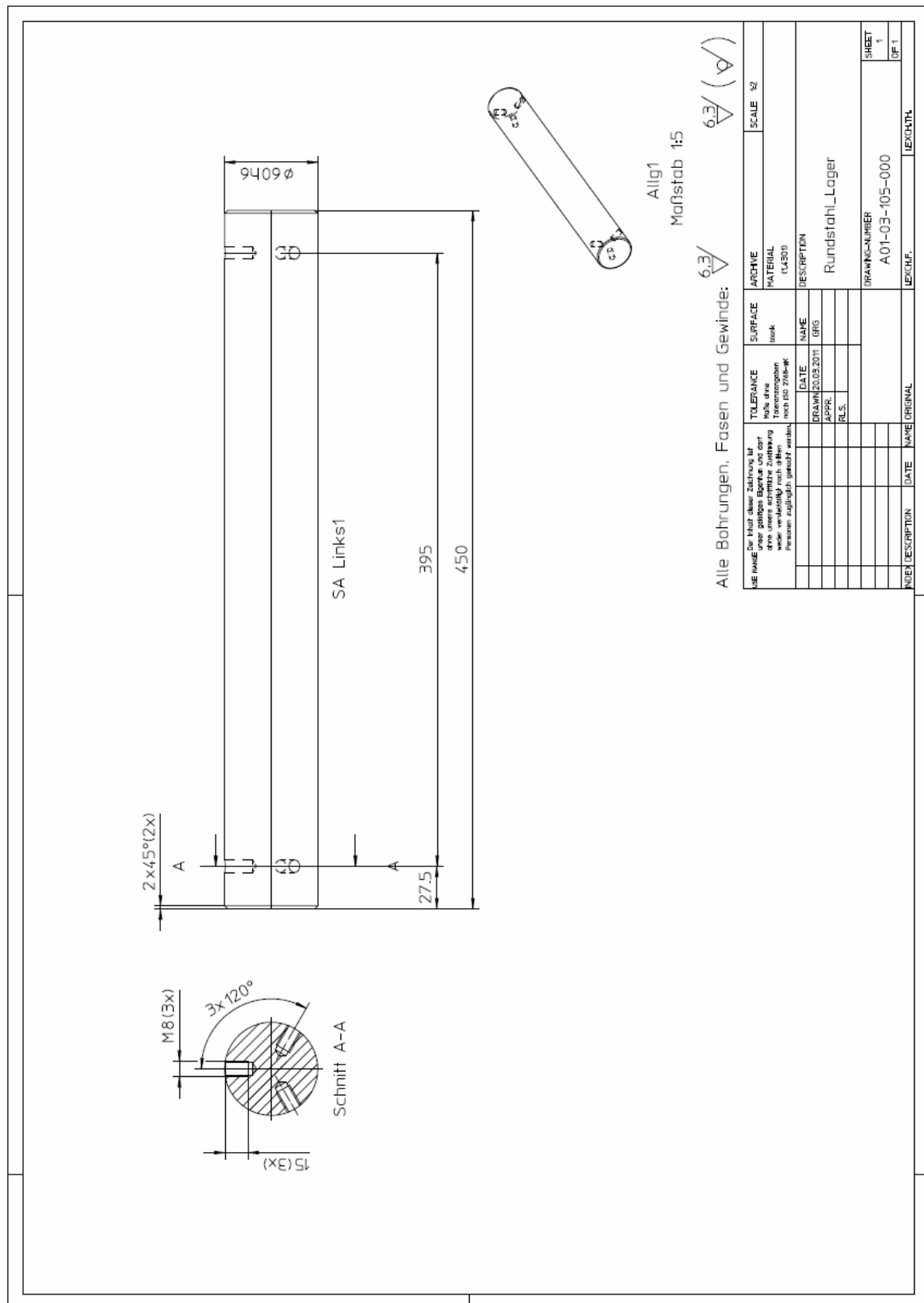


Abbildung 84: Rundstahl - Lager

### 9.2.11 Lageradapter

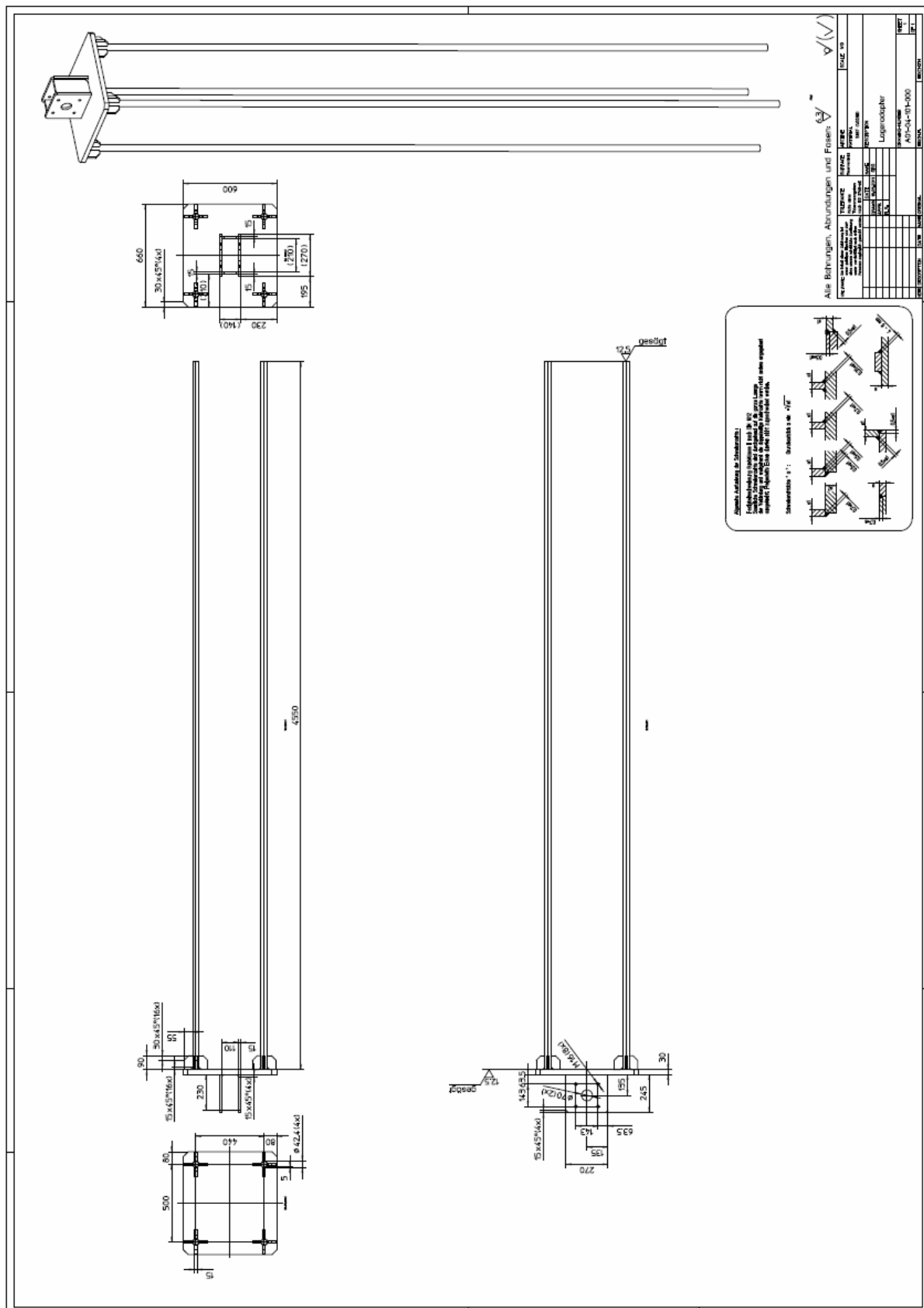
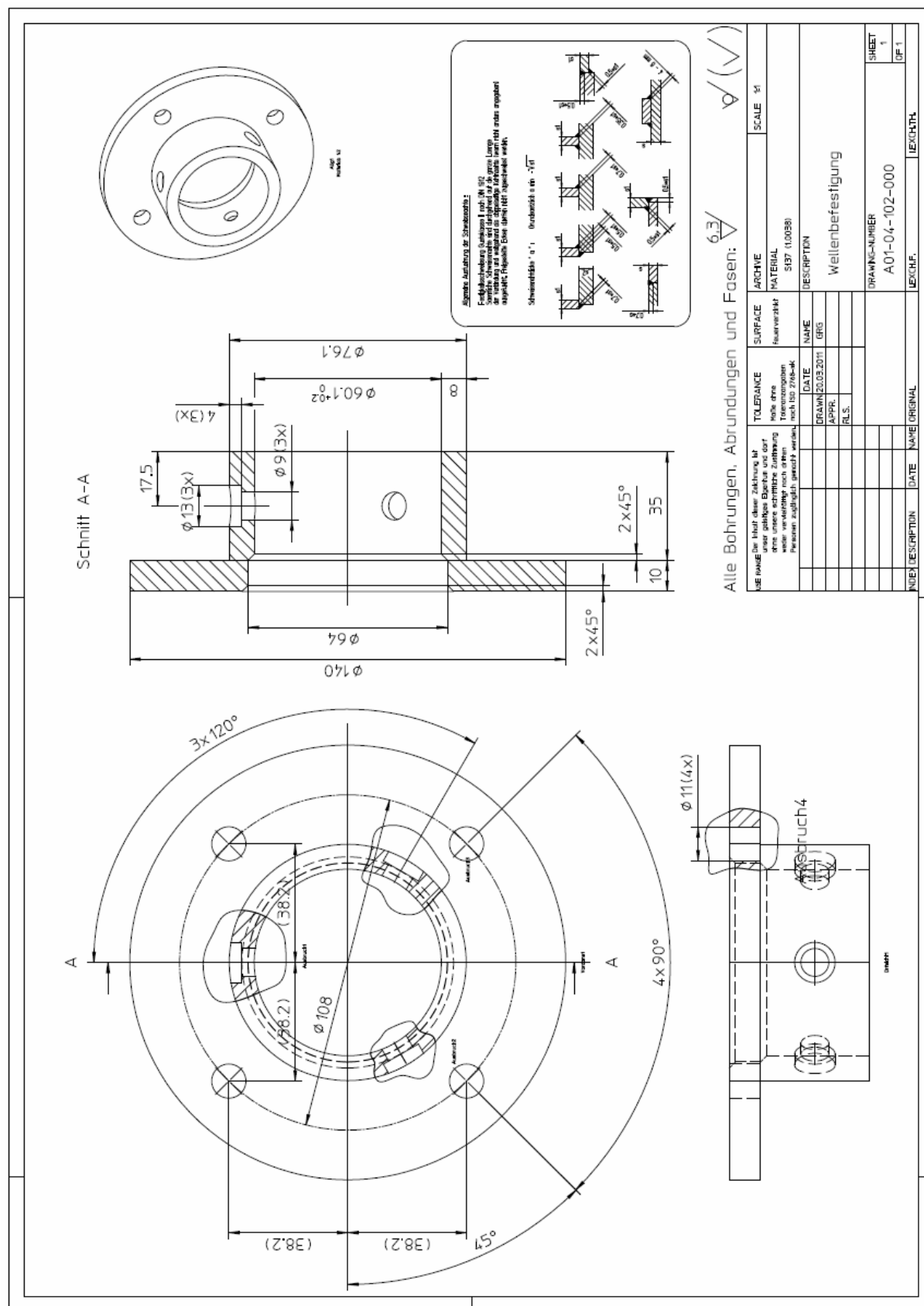


Abbildung 85: Lageradapter

### 9.2.12 Wellenbefestigung



### Abbildung 86: Wellenbefestigung





## 10 Lebenslauf

**Georg Gruber Bakk. techn.**



### Persönliche Daten:

Adresse: Trift 4  
2803 Schwarzenbach

Telefon: 02645 53 32  
0680 31 64 607

E-Mail: grubergeorg1@gmx.at

Geburtsdatum: 31. Oktober 1986

Staatsbürgerschaft: Österreich

Familienstand: ledig

### Ausbildung:

Ab Okt. 2010 Masterstudium Kulturtechnik und Wasserwirtschaft an der Universität für Bodenkultur in Wien

2007-2010 Bachelorstudium Kulturtechnik und Wasserwirtschaft an der Universität für Bodenkultur in Wien

2001-2006 Höhere Technische Bundes- Lehr- und Versuchsanstalt für Automatisierungstechnik in Wr. Neustadt

1997-2001 Hauptschule in Wiesmath

1993-1997 Volksschule in Schwarzenbach

### Berufserfahrung:

Feb. 2012 – März 2012 Technischer Angestellter (20h/Woche) bei der NÖ Landesreg. – Abt. Wasserbau in Wr. Neustadt

Okt. 2011 – Jän. 2012 Technischer Angestellter (geringfügige Beschäftigung) bei der NÖ Landesreg. – Abt. Wasserbau in Wr. Neustadt

---

September 2011	Technischer Angestellter bei der NÖ Landesreg. – Abt. Wasserbau in Wr. Neustadt
August 2011	4 – wöchiges Praktikum im Büro Dipl. Ing. Eduard Kraus, Staatlich befugter und beeideter Zivilingenieur für Bauwesen, Wr. Neustadt, Mitarbeit in der Konstruktion
Juli 2011	Technischer Angestellter bei der NÖ Landesreg. – Abt. Wasserbau in Wr. Neustadt
Okt. 2010 – Juni 2011	Technischer Angestellter (geringfügige Beschäftigung) bei der NÖ Landesreg. – Abt. Wasserbau in Wr. Neustadt
Juli 2010 – Sept. 2010	Technischer Angestellter bei der NÖ Landesreg. – Abt. Wasserbau in Wr. Neustadt
Jan. 2010 – Juni 2010	Technischer Angestellter (geringfügige Beschäftigung) bei der NÖ Landesreg. – Abt. Wasserbau in Wr. Neustadt
Oktober 2009	Technischer Angestellter (geringfügige Beschäftigung) bei der NÖ Landesreg. – Abt. Wasserbau in Wr. Neustadt
Aug. 2009 – Sept. 2009	Technischer Angestellter bei der NÖ Landesreg. – Abt. Wasserbau in Wr. Neustadt
April 2009 – Juli 2009	Technischer Angestellter (geringfügige Beschäftigung) bei der NÖ Landesreg. – Abt. Wasserbau in Wr. Neustadt
Aug. 2008 – Sept. 2008	6 – wöchiges Praktikum bei der Kornfeld Ziviltechniker GmbH in Bad Erlach; Mitarbeit in der Konstruktion
Juli 2008	Technischer Angestellter bei der NÖ Landesreg. – Abt. Wasserbau in Wr. Neustadt

---

April 2007 – Sept. 2007	Anstellung als mechanischer Konstrukteur bei Leinweber Maschinen GmbH in Wr. Neustadt
Feb. 2007 – März 2007	Anstellung als geringfügig Beschäftigter bei Leinweber Maschinen GmbH in Wr. Neustadt
Okt. 2006 – März 2007	Ableistung des Präsenzdienstes in der Theresianischen Militärakademie in Wr. Neustadt
Juli 2006 – Sept. 2006	Anstellung als mechanischer Konstrukteur bei Leinweber Maschinen GmbH in Wr. Neustadt
Nov. 2003 – Juni 2006	Anstellung als geringfügig Beschäftigter bei Leinweber Maschinen GmbH in Wr. Neustadt Durchführung kleiner und mittlerer Konstruktionsaufgaben
August 2003	4 – wöchiges Praktikum Firma Leinweber Maschinen GmbH in Wr. Neustadt Montagearbeiten beim Zusammenbau von Maschinen
Juli 2002	4 – wöchiges Praktikum Firma Leinweber Maschinen GmbH in Wr. Neustadt Diverse Arbeiten in der mechanischen Werkstätte

### **Besondere Kenntnisse und Fähigkeiten:**

Fremdsprache Englisch	gute Kenntnisse
Fremdsprache Ungarisch	Grundkenntnisse
Computer	ECDL, AutoCad, One Space Designer
Erste Hilfe Kurs	
Führerschein A, B, C, E	seit 2. November 2004



---

**Persönliche Interessen:**

Musikverein (Flügelhorn)

Fußball