

Optimale Wachstumsmodelle vom Typ Bertalanffy-Pütter für Rinder

Masterarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades

Diplom-Ingenieur (Dipl.-Ing.)

vorgelegt am Institut für Mathematik
an der Universität für Bodenkultur Wien

von

Hanna Unterauer

Betreuer: Ao. Univ. Prof. Mag. Dr. Manfred Kühleitner

Betreuerteam:

Ao. Univ. Prof. Dr. phil. Norbert Brunner

O. Univ. Prof. Dr. phil. Werner Georg Nowak

Wien, Jänner 2021

Zusammenfassung

Das Ziel dieser Masterarbeit ist die Verteilung der optimalen Exponenten im Bertalanffy-Pütter Wachstumsmodell für konkrete Gewichtsdatensätze für Rinder. Die optimalen Modellparameter wurden mithilfe eines Simulated Annealing Verfahrens und durch Minimierung der Abweichungsquadratsumme berechnet.

Die Daten umfassen 161 empirische Datensätze aus dem Jahr 2020 von sechs verschiedenen Quellen aus Österreich und Deutschland und drei Literaturdatensätze aus den Jahren 1928, 1992 und 2015. Diese wurden in die Kategorien Geschlecht, Alter, Rasse, Nutzungsrichtung, Haltung und Fütterung untergliedert.

In der Literatur wird behauptet, dass das Richards Modell, welches ein spezielles Bertalanffy-Pütter Modell ist, das Wachstum von Rindern bestmöglich beschreibt. Die in der vorliegenden Masterarbeit behandelten Daten stützen diese These nicht, da es sich bei diesen hauptsächlich um Mastdaten handelt. In dieser Arbeit wurden viele Daten durch das lineare Modell oder das Brody Modell ausreichend gut dargestellt. Basierend auf dem Akaike Informationskriterium wurden 37% der Daten am besten durch das 5-Parameter-Bertalanffy-Pütter Modell, 32% durch das 3-Parameter-Brody Modell und 31% durch das lineare 2-Parameter Modell beschrieben.

Zudem wird gezeigt, dass es nicht möglich ist, alle in dieser Masterarbeit verwendeten Alters-Gewichts-Datensätze von Rindern durch ein dreiparametrisches Bertalanffy-Pütter Modell ausreichend gut zu beschreiben.

Abstract

The aim of this master thesis is the distribution of optimal exponents in the class of Bertalanffy-Pütter growth models for concrete weight data for cattle. Using a Simulated Annealing process, the optimal model parameters were calculated by minimizing the sum of squared errors.

The data included 161 empirical data provided by six different sources from Austria and Germany from 2020 and three data from literature from the years 1928, 1992 and 2015. They were categorized by sex, age, breed, use, husbandry and feeding.

In literature it is stated that the Richards model, which is a special Bertalanffy-Pütter model, describes the growth of cattle best. Our data did not support this thesis since our data are mainly fattening data. Many of our data were described sufficiently well by the linear or Brody model. Based on the Akaike information criterion 37% of the data were described best by the five parameter Bertalanffy-Pütter model, 32% by the three parameter Brody model and 31% by the two parameter linear model.

Furthermore, we show that it is not possible to describe all of the age-weight data of cattle used in this master thesis sufficiently well by a three-parameter Bertalanffy-Pütter model.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	I
Abstract	II
Inhaltsverzeichnis	III
Abkürzungsverzeichnis	V
Danksagung	1
1. Einleitung	2
2. Rinderwirtschaft in Österreich	4
2.1. Rinderfütterung	4
2.2. Rasse	5
3. Hintergrund zu den Daten: Untersuchte Rassen	7
3.1. Fleckvieh	7
3.2. Braunvieh	9
3.3. Murbodner	12
3.4. Aberdeen Angus	14
3.5. Holstein	15
3.6. Wagyu	17
4. Methode	20
4.1. Wachstum	20
4.2. Mathematische Modellierung	21
4.3. Wachstumsmodell von Bertalanffy-Pütter	22
4.4. Methode der kleinsten Quadrate	26
4.4.1. Minimierung der Abweichungsquadratsumme	26
4.4.2. Informationskriterium von Akaike (AIC) und Varianten	26
4.4.3. Weitere Gütemaße	27
4.5. Berechnung der optimalen Parameter in Mathematica	29
4.5.1. Simulated Annealing	29
4.5.2. Ablauf der Berechnungen	30
4.5.3. Weiterbearbeitung der berechneten Werte	31
4.5.4. Phasen der Optimierung	33
4.5.5. Erweiterung des Suchbereichs	34
4.6. Optimale und fast-optimale Modelle	37

4.6.1.	Vergleich: optimales Modell und benannte Modelle	37
4.6.2.	Fast-optimale Modelle.....	39
4.7.	Daten	42
4.7.1.	Literaturdaten	43
4.7.2.	Empirische Daten	43
5.	Ergebnisse	45
6.	Diskussion.....	65
	Abbildungsverzeichnis	V
	Tabellenverzeichnis.....	VII
	Literaturverzeichnis.....	VIII
	Anhang	XI
	Mathematica Code	XI
	Eidesstattliche Erklärung.....	XIII

Abkürzungsverzeichnis

AIC=	Akaike Informationskriterium (Akaike Information Criterion)
BP =	Bertalanffy-Pütter
BP(a, b) =	Bertalanffy-Pütter Modell mit Exponenten a und b
RSME=	Wurzel der mittleren Fehlerquadratsumme (Root-mean-squared error)
SA =	Simulated Annealing
SSE =	Abweichungsquadratsumme (sum of squared errors)
SSE(a, b) =	Abweichungsquadratsumme für das BP-Modell mit Exponenten a und b
SSLE=	logarithmierte Abweichungsquadratsumme
(a, b) =	Exponentenpaar im BP-Modell. Jedes Exponentenpaar entspricht genau einem BP-Modell.
m_0 =	Geburtsgewicht in Kilogramm
m_{WP} =	Masse im Wendepunkt des BP-Modells
m_{max} =	Asymptotische Masse
TMR=	Totale Mischratio
AT=	Österreich
NZ=	Neuseeland
s.o.=	siehe oben

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all jenen bedanken, die mich bei der Verfassung dieser Arbeit auf die verschiedensten Weisen unterstützt und motiviert haben.

Zuerst gebührt mein Dank meinem Betreuer Ao. Univ.Prof. Mag. Dr. Manfred Kühleitner für die ausgezeichnete Betreuung und Begutachtung meiner Masterarbeit über den gesamten Arbeitsprozess hinweg sowie für die interessanten Beiträge und Antworten auf meine Fragen. Ebenso möchte ich Herrn Ao. Univ.Prof. Dr.phil. Norbert Brunner einen besonderen Dank aussprechen, der mich auch mit hilfreichen Anregungen, neuen Denkansätzen und einer konstruktiven Kritik unterstützt hat. Vielen Dank, dass Sie mir beide immer zur Seite gestanden sind und somit eine überaus angenehme Zusammenarbeit ermöglicht haben! Zudem möchte ich mich noch bei Herrn O. Univ. Prof. Dr. phil. Werner Georg Nowak für die Zustimmung zur Entstehung dieser Arbeit bedanken.

Eine Studie wie diese, welche auf Datenquellen angewiesen ist, wäre ohne empirische Daten nicht durchführbar. Deshalb möchte ich auch allen Dank aussprechen, welche mir ausführliche Datensätze zur Verfügung gestellt haben, ohne die diese Arbeit nicht hätte entstehen können.

Abschließend möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, die mir mein Studium durch ihre Unterstützung ermöglicht haben und stets ein offenes Ohr für mich hatten.

1. Einleitung

Das Modell von Bertalanffy (Bertalanffy, 1957) beschreibt Wachstumsvorgänge, wie etwa Gewichts- oder Größenverlauf, für eine Vielzahl von Organismen durch Anabolismus (Energie-Gewinn) und Katabolismus (Energie-Verbrauch). Bezeichnet y die Masse (m) eines Tieres/Pflanze, so wird der Energie-Gewinn proportional zur Lungen- oder Darmoberfläche/Blattoberfläche $m^{2/3}$ angesetzt, während der Energie-Verbrauch proportional zu m ist:

$$m' = pm^{2/3} - qm$$

In dieser Masterarbeit betrachten wir das Gewicht/Masse von Rindern. Statt der ursprünglichen Differentialgleichung von Bertalanffy betrachten wir die allgemeinere Modellklasse von Bertalanffy-Pütter (Kühleitner, 2013a)

$$m' = pm^a - qm^b \text{ mit } m(0) = m_0$$

Dabei bezeichnet die Variable $m = m(t)$ das Gewicht in Abhängigkeit des Alters t und m_0 das Geburtsgewicht. In allen Datensätzen dieser Masterarbeit ist das Gewicht in Kilogramm und das Alter in Tagen angegeben. Das Bertalanffy-Pütter Modell berechnet daher den Gewichtszuwachs in Kilogramm pro Tag. Wir verwenden Masse und Gewicht synonym für Kilogramm.

Wachstumsmodelle beschreiben die Gewichtszunahme von Rindern im Laufe der Zeit durch eine mathematische Funktion, wenn diese bestmöglich an gegebene Daten angepasst ist. Einschließlich des unbekanntes Anfangsgewichtes müssen insgesamt fünf Modellparameter a , b , p , q und m_0 durch Datenanpassung ermittelt werden. Die Berechnung durch Standard-Fit-Programme (Solver in Excel, NonLinearModelFit in Mathematica) führte bisher zu keinem Ergebnis. Vor kurzem ist es aber gelungen das 5-Parameter-Modell an konkrete Daten anzupassen (Kühleitner, 2013a) (Kühleitner, 2013b).

Ziel der Arbeit ist die Verteilung der optimalen Exponenten im BP-Modell für konkrete Gewichtsdatensätze für Rinder. Dazu wurden mithilfe einer Literatur-Recherche und durch die Kontaktaufnahme mit Betrieben bzw. Versuchsanstalten Gewichts-Alters-Daten von Rindern gesammelt. Die Datenquelle bezieht sich auf die Gattungsgruppe der Rinder, im Speziellen der Hausrinderart. Diese schließt Jungtiere (Kälber), weibliche Rinder (Kühe) und männliche Rinder (Stiere, Ochsen) mit ein. Die einzelnen Messdaten unterscheiden sich neben dem Geschlecht auch bezüglich der Alterskategorien, der Rassen und der Nutzungsrichtung

voneinander. Die Herkunft der Rinder sowie genauere Angaben zu den Daten liefert das Kapitel 3. Hintergrund zu den Daten: Untersuchte Rassen und das Kapitel 5. Ergebnisse.

In dieser Arbeit gilt es nun zwei Fragen zu überprüfen:

Frage 1: Bestätigen die in der Masterarbeit verwendeten Datensätze, dass das Richards Modell im Allgemeinen zur Beschreibung des Wachstumsverlaufes von Kühen geeignet ist?

In der Literatur wird bereits erwähnt, dass das Wachstumsmodell von Richards die Massenzunahme von Rindern sehr gut beschreibt. Laut einer Studie von Matthes und Rudolph ist es sogar das am besten geeignete Modell zur Beschreibung des Wachstumsverlaufes von Kühen (Renner-Martin, 2015). Selbstverständlich ist zu erwarten, dass das BP-Modell mit fünf Parametern im Allgemeinen noch bessere Anpassungen an die Daten liefert. Mit dem AIC werden wir untersuchen, ob der fünfte Parameter eine signifikante Verbesserung liefert. Umgekehrt fragen wir auch: Wie sieht es mit Modellen mit drei Parametern aus?

Frage 2: Gibt es ein BP-Modell mit drei Parametern, das möglichst viele, der in dieser Masterarbeit verwendeten Alter-Gewichts-Datensätze von Rindern ausreichend gut beschreibt?

2. Rinderwirtschaft in Österreich

Seit dem Beitritt zur Europäischen Union im Jahr 1995 ist ein kontinuierlicher Rückgang der landwirtschaftlichen Betriebe in Österreich zu verzeichnen. Darauf hatte die damals neue Situation des freien Marktes einen starken Einfluss. So wurde seitdem verstärkt nach der Philosophie „Wachsen oder Weichen“ gehandelt. Dies bedeutet, dass sich seit 1995 die Anzahl der landwirtschaftlichen Betriebe in Österreich reduzierte und gleichzeitig eine Betriebserweiterung bzw. -vergrößerung der bestehenden Höfe stattfand, wodurch die durchschnittliche Hofgröße angestiegen ist. Diese Thematik schließt alle Tiergruppen einschließlich der Rinder mit ein. Trotz dieses Wandels ist die österreichische Landwirtschaft im Vergleich zu anderen Ländern noch kleinstrukturiert (BMLRT, 2020a).

Im Jahr 2019 gab es in Österreich etwa 56 000 Rinderbetriebe mit insgesamt rund 1,88 Mio. Rinder (BMLRT, 2020a). Im Bereich der Rinderwirtschaft ist es in Österreich typisch kombinierte Betriebe vorzufinden. Dies bedeutet, dass Betriebe sowohl Milch und Fleisch als auch Endprodukte produzieren bzw. Mutterkuhhaltung und Ausmast am Hof kombinieren (BMLRT, 2020a) (Steinwider, 2020b). Nur etwa 5% der Betriebe haben sich auf die Rindermast spezialisiert. In diesen wird aber etwa jedes dritte männliche Rind gehalten (Steinwider, 2020b).

Der österreichische Export (insgesamt etwa 410 000 Stück) übersteigt um circa 170 000 Stück Lebendtiere sowie Fleisch und Verarbeitungsprodukte den Import (BMLRT, 2020a). Der österreichische Selbstversorgungsgrad von Rindfleisch beträgt etwa 140 % (BMLRT, 2020a) (Steinwider, 2020b).

2.1. Rinderfütterung

Die Rinderfütterung basiert meist auf Grund- und Kraftfutter. Zur Rubrik des Grundfutters gehören Gras- und Maissilage, Heu und Weide. Die Wahl des Grundfutters, das Ausmaß des Einsatzes und das Verhältnis zwischen Grund- und Kraftfutter variieren je nach Nutzungsintensität und sind darüber hinaus auch von Rasse, Geschlecht und Standortgegebenheiten abhängig (Kirchgessner et al., 2014) (Steinwider, 2020a). Beispielsweise wird im Bereich der Stiermast als Grundfutterbasis die Maissilage eingesetzt, um gute Tageszunahmen zu erzielen. Bei der Ochsenmast besteht das Grundfutter meist aus Grassilage, Heu oder Weide. Die Basis der Milchviehhaltung ist Grassilage, Maissilage und Heu (Steinwider, 2020b). Um bedarfsgerecht und effizient zu füttern, sollen Futter- bzw.

Nährstoffrationen berechnet und wiederkäuergerecht verfüttert werden (BMLRT, 2020a) (Kirchgessner et al., 2014).

Grünlandböden sind aufgrund verschiedenster Funktionen, wie etwa durch die Speicherung von Kohlenstoff oder durch die Schutzfunktion, eine wertvolle und nachhaltige Futtergrundlage. Da Rinder Raufutterverzehrer sind, stellt Grünfutter eine optimale Futtergrundlage dar. Folglich ist für die Grundfutterproduktion der Rinder das Grünland ein essentielles Element (Steinwider, 2020c). Das Dauergrünland ist aufgrund der Biodiversität die wichtigste Kulturart und nimmt in Österreich eine Fläche von etwa 1,34 Mio. Hektar in Anspruch. Im Vergleich dazu liegt die Ackerfläche mit 1,33 Mio. Hektar knapp darunter (BMLRT, 2020a).

2.2. Rasse

Die Basis einer nachhaltigen Rinderwirtschaft bilden robuste und gesunde Rassen. Die Landwirtschaft bevorzugt Rassen, die leistungsfähig sind und sich darüber hinaus durch deren gute Anpassungsfähigkeit auszeichnen (ZAR, 2014). Dadurch können natürliche Produktionsbedingungen optimal genutzt werden. Die einzelnen Rassen eignen sich für verschiedene Produktions- und Haltungsbedingungen und müssen somit nach der jeweiligen Gegebenheit gewählt werden (Steinwider, 2020a) (Steinwider, 2020c) (ZAR, 2014).

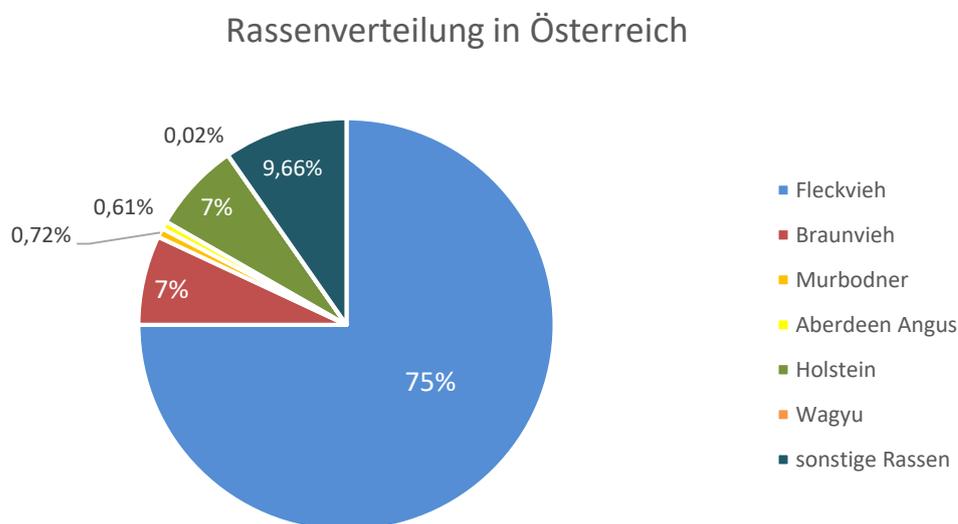


Abb. 1: prozentuelle Verteilung der häufigsten österreichischen Rassen

Fleckvieh kann mit einem Anteil von 75% an der gesamten Rinderpopulation als die häufigste österreichische Rasse bezeichnet werden. Die zweitstärksten Rassen bilden mit einem Anteil von jeweils 7% die Braunvieh- und Holstein Rinder. Die Population des Braunviehs schließt das Original Braunvieh mit ein. Zur Gruppe der Holstein Rinder zählen Holstein Friesian, Red

Holstein und Original Schwarzbunte. In dieser Arbeit werden noch die Rassen Murbodner, Aberdeen Angus und Wagyu berücksichtigt. Diese nehmen mit jeweils weniger als 1% an der Gesamtpopulation nur einen kleinen Anteil ein. Weitere österreichische Rassen, welche in dieser Arbeit nicht näher erwähnt werden, sind unter anderem Pinzgauer, Limousin, Charolais, Grauvieh, Weißblaue-Belgier und das Schottische Hochlandrind. Diese fließen in der obenstehenden Grafik in die Kategorie „sonstige Rassen“ mit ein (ZAR, 2014).

3. Hintergrund zu den Daten: Untersuchte Rassen

Im Rahmen dieser Masterarbeit wurde der Wachstumsverlauf von insgesamt sechs verschiedenen Rassen untersucht. In den nachfolgenden Unterkapiteln werden die verwendeten Rassen näher beschrieben. Die nähere Beschreibung basiert auf der Publikation von Brade und Brade (2013), den Quellen der zentralen Arbeitsgemeinschaft österreichischer Rinderzüchter (2014), der Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter (2020), des Bundesministeriums für Landwirtschaft, Regionen und Tourismus (2020b), dem Österreichischem Kuratorium für Landtechnik und Landentwicklung (2019), der Wagyhof GmbH (o.D.) und der Bundesanstalt für Landwirtschaft und Ernährung (2020). Zusätzlich wurden noch Beiträge von Wikipedia.org, Rinderzucht-Tirol.at, Heumilch.com, Fundus-agricultura.wiki, Gut-kalliste.at, Schubiola.at, Herz-für-tiere.de, Carindthia.at, Arche-Austria.at, Rind-bw.de, Vorarlberg-Rind.at, Holstein.ch, Rshieg.de, Salzburgwiki.at, Murbodner.at, Öngene.at, Wagyuverband.com, Nahgenuss.at, Fleischausgras.at und von Wikimeat.at durchgelesen, jedoch nicht weiter zitiert.

3.1. *Fleckvieh*

In dieser Arbeit wurden die Gewichtsverläufe von insgesamt 18 Fleckviehtieren erfasst. Die Hälfte davon stammt vom Betrieb D. Die übrigen 9 verwendeten Tiere dieser Rasse wurden vom Betrieb E zur Verfügung gestellt.



Abb. 2: Fleckvieh auf der Weide, Bildlizenz von pixabay.com

Das Fleckvieh ist die häufigste österreichische Rasse. Etwa 1,5 Millionen Fleckviehtiere werden in Österreich gehalten. Dies entspricht einen Rassenanteil von etwa 75%. Weltweit existieren circa 41 Millionen Tiere (unter anderem in Amerika, Großbritannien, China und Südafrika). Davon sind etwa 9 Millionen in Europa beheimatet (ZAR, 2014).

Das Fleckvieh ist mittel- bis großrahmig und behornt (ZAR, 2014). Die Rinder weisen einen kräftigen Knochenbau auf, haben feste Klauen und sind gut bemuskelt (ZAR, 2014) (BMLRT, 2020b). Die Farbstufungen reichen von hellgelb bis zu dunkel- bzw. rotbraun. Der Anteil von weißen Flecken variiert sehr stark (ZAR, 2014). Die Tiere sind entweder gescheckt oder sie weisen weniger weiße Flecken auf und sind somit gedeckt (BLE, 2020) (BMLRT, 2020b). Typisch für diese Rasse sind der weiße Kopf, die weißen Unterbeine, der weiße Unterbauch und die weiße Schwanzquaste (ZAR, 2014) (BLE, 2020).

Das Fleckvieh ist eine typische Doppelnutzungsrasse. Das bedeutet, dass sowohl die Milch- als auch die Fleischleistung eine Rolle spielen und im Zuchtziel enthalten sind. Die Tiere können als Partner für Kreuzungen in der Mutterkuhhaltung, der Fleisch- und der Milchproduktion verwendet werden. Das Fleckvieh ist sowohl weide- als auch lafstalltauglich und passt sich den jeweiligen Gegebenheiten gut an. Die Rasse ist somit in jeglichen Nutzungsrichtungen in den unterschiedlichen Intensitäten vorzufinden (ZAR, 2014). Deshalb werden die Tiere sowohl in der extensiven Mutterkuhhaltung als auch in der intensiveren Rindermast eingesetzt (BLE, 2020). Die Rasse ist nicht nur an verschiedenen Produktionsbedingungen anpassungsfähig, sondern kommt auch mit unterschiedlichen klimatischen Verhältnissen gut zurecht. Fleckvieh Rinder sind in ganz Österreich vorzufinden und kommen nicht nur im Flachland, sondern auch im alpinen Raum vor (ZAR, 2014) (BMLRT, 2020b).

Charakteristisch für die Rasse sind die gute Fruchtbarkeit, die Langlebigkeit und die Widerstandsfähigkeit (ZAR, 2014) (BMLRT, 2020b). Weitere Rasseneigenschaften sind die gute Fitness, das stabile Fundament und die gute Eutergesundheit (BLE, 2020). Fleckvieh Rinder eignen sich sehr gut als Kreuzungspartner für die Milch- und Fleischproduktion als auch für die Mutterkuhhaltung (BMLRT, 2020b).

Mit 38% Milch, 18% Fleisch und 44% Fitness wird das derzeitige Zuchtziel der Rasse beschrieben. Bei einer guten Betriebsführung ähnelt die Milchleistung jenen von reinen Milchviehrassen. Die durchschnittliche Milchleistung ergibt circa 7 600 Kilogramm mit 4,13% Fett und 3,43% Eiweiß (ZAR, 2014). Auffallend ist eine hervorragende Eutergesundheit und Zellzahl, welches ein Parameter für die Beurteilung der Milchqualität darstellt (BLE, 2020). Trotzdem wird aber auch noch auf eine gute Fleischleistung Acht gegeben (ZAR, 2014). Die Rasse Fleckvieh zeichnet sich demnach durch eine hohe Wachstumsleistung, einer sehr guten Futtermittelverwertung und eine hohe Schlachtausbeute aus. Deshalb sind die Rinder auch für die Mast geeignet (BMLRT, 2020b). Die Tagesgewichtszunahme (365 Tage) beläuft sich im Durchschnitt auf 1 100 Gramm bei den männlichen und 980 Gramm bei den weiblichen Tieren

(ZAR, 2014). Die Stiere erreichen ein durchschnittliches Gewicht von 1 200 Kilogramm, jenes von den Kühen liegt mit etwa 700 Kilogramm darunter. Im Mastbereich wird ein Schlachtag der Stiere von 16 bis 18 Monate angestrebt. Das Fleisch ist gut marmoriert und zeigt eine mittlere Verfettung (BLE, 2020).

Ursprünglich stammt die Rasse aus dem Simmental im Berner Oberland in der Schweiz. Deshalb ist auch die Bezeichnung Simmentaler synonym zu Fleckvieh gebräuchlich (ZAR, 2014). Eine gezielte Zucht des Simmentaler Fleckviehs wird seit dem Jahr 1459 betrieben. Der erste Import nach Österreich fand 1830 statt. Durch verschiedenste Einkreuzungen von österreichischen Zweinutzungsrasen konnte die Leistung des Simmentaler Fleckviehs weiter optimiert werden. Dadurch entwickelte sich die österreichische Rinderrasse Fleckvieh (BMLRT, 2020b).

3.2. *Braunvieh*

In dieser Arbeit wurde ein einziges Tier der Rasse Braunvieh untersucht, welches vom Betrieb F zur Verfügung gestellt wurde.

In Österreich gehören etwa 140 000 Rinder der Rasse Braunvieh an. Dies entspricht einen Rassenanteil von 7% und somit ist das Braunvieh die zweithäufigste österreichische Rinderrasse (ZAR, 2014).

Braunvieh Rinder sind mittelrahmig und behornt (ZAR, 2014). Die Tiere sind einheitlich braun bzw. dunkel- oder graubraun. Auffallend ist, dass die männlichen Tiere dunkler sind als die weiblichen. Ein Erkennungsmerkmal dieser Rasse ist die dunkle Färbung von Hornspitzen, Flotzmaul und Klauen. Zudem sind Flotzmaul und Augen von einem hellen Rand umfasst (ZAR, 2014) (BLE, 2020) (ÖKL, 2019).



Abb. 3: Braunvieh, Bildlizenz von pixabay.com

Das Braunvieh ist ein milchbetontes Doppelnutzungs-rind. Die Tiere können sowohl für die Milch- als auch für die Fleischerzeugung genutzt werden. Somit erstreckt sich das Einsatzgebiet von einer milchbetonten Fitnessrasse, über einer Doppelnutzungsrasse bis zur Mutterkuh-Fleischrasse (Original Braunvieh). Aus diesem Grund ist die Rasse für intensive und extensive Nutzungen geeignet (ZAR, 2014).

Das Zuchtziel untergliedert sich zurzeit in 48% Milch, 47% Fitness und 5% Fleisch (ZAR, 2014). Zu den Fitnessmerkmalen zählen unter anderem die Fruchtbarkeit, die Eutergesundheit und die Nutzungsdauer (ZAR, 2014) (BLE, 2020). In weiterer Folge soll das gesunde Fundament der Tiere und die gute Mastfähigkeit bewahrt werden (BLE, 2020). Braunvieh Rinder haben ein friedfertiges bzw. ruhiges Gemüt und sind sehr vitale Tiere (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020).

Eine besondere Eigenschaft des Braunviehs ist es, sehr hohe Grundfutterleistungen zu erzielen. Deshalb wird es oft für die Nutzung von ertragsarmen Standorten eingesetzt (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020) (ÖKL, 2019). Aufgrund der harten Klauen und des guten Fundaments können die Tiere auch in schwierigem Gelände, wie etwa in Bergregionen, gut zurechtkommen (BMLRT, 2020b). Darüber hinaus stellen Braunvieh Rinder ein altes Kulturgut dar und weisen eine lange Tradition auf. Aus diesen Gründen sind sie besonders für den alpinen Raum sehr charakteristisch, weshalb die Rasse in den Alpen und Voralpen oft vorzufinden ist (ZAR, 2014) (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020). Eine weitere Eigenschaft des Braunviehs ist die hohe Hitzetoleranz und findet deshalb auch in heißen Klimazonen Verwendung (BLE, 2020). Da die Tiere dieser Rassen an unterschiedliche klimatische Bedingungen sehr anpassungsfähig sind und zudem eine hohe Milchleistung erbringen, sind sie weltweit verbreitet (ZAR, 2014). Eine intensivere Zucht wird vor allem im Allgäu in Deutschland und der Osten der Schweiz betrieben (ZAR, 2014). Die Rinder sind zudem auch in Frankreich, Slowenien, Südtirol, Kanada, Südafrika und Texas verbreitet. Innerhalb Österreichs ist das Braunvieh in Vorarlberg, Kärnten, Tirol, Steiermark, Ober- und Niederösterreich vermehrt vorzufinden (BMLRT, 2020b).

Die Tagesgewichtszunahme (365 Tage) ergibt im Durchschnitt 970 Gramm bei den Stieren und etwa 830 Gramm bei den Kühen (ZAR, 2014). Das Fleisch der Braunvieh Rinder ist feinfasrig und gut marmoriert. Es wird über Ab-Hof-Verkäufe, regionale Märkte oder über die Gastronomie vermarktet (BMLRT, 2020b).

Die durchschnittliche Milchleistung der Tiere beläuft sich auf rund 7 000 Kilogramm mit 4,1% Fett und 3,4% Eiweiß (ZAR, 2014). Im Milcheiweiß ist auffallend viel Kappa-Kasein B

enthalten. Dies ist eine bestimmte Milcheiweiß-Fraktion und begünstigt die Käseereitfähigkeit (BLE, 2020) (ÖKL, 2019). Deshalb wird die Milch der Braunviehrinder vor allem für die Käseherstellung verwendet (BMLRT, 2020b).

Der Ursprung dieser Rasse liegt in der Zentralschweiz und reicht etwa 600 Jahre zurück. Davon ausgehend haben sich die Tiere nach Tirol und Vorarlberg weiterverbreitet. Die Rasse trug die Bezeichnung des Original Braunviehs (ZAR, 2014). Im 19. Jahrhundert wurden Original Braunvieh Rinder von der Schweiz nach Nordamerika exportiert, um mit diesen zu züchten. Daraus entstand die Rasse Brown Swiss, welche sich durch eine höhere Milchleistung auszeichnet (ZAR, 2014) (BMLRT, 2020b). Diese Brown Swiss Rinder wurden wieder nach Europa zurückimportiert. In Österreich wurde die Rasse vor allem in Vorarlberg gehalten (BMLRT, 2020b).

Das Original Braunvieh war ursprünglich ein Dreinutzungs- und Milchleistungsrind. Da jedoch vermehrt höhere Milchleistungen gefordert wurden, wurden ab dem Jahr 1960 in Europa Kreuzungen mit den Rassen Brown Swiss und Original Braunvieh durchgeführt (ZAR, 2014) (BMLRT, 2020b). Infolgedessen konnte die Milchleistung und die Wirtschaftlichkeit der Original Braunvieh Rinder gesteigert werden (ZAR, 2014). Es entstand das heutige Braunvieh, welches ein milchbetontes Doppelnutzungs- und Milchleistungsrind darstellt. In der eingekreuzten Population des österreichischen Braunviehs ist ein durchschnittlicher Anteil von 75% Brown Swiss enthalten (BMLRT, 2020b).

Ein Rind trägt die Bezeichnung Original Braunvieh, wenn es keinen oder nur einen geringen Genanteil der Rasse Brown Swiss enthält (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020). Seit dem Jahr 2014 ist nur mehr ein Fremdgehalt von 6,25% bei den Tieren erlaubt. Zuchtstiere dürfen jedoch überhaupt keinen Brown Swiss Anteil aufweisen (BMLRT, 2020b).

Die eingekreuzte Population konnte sich sehr schnell durchsetzen und verdrängte zunehmend die Rasse des Original Braunviehs. Deren Populationsgröße verringerte sich demnach stark (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020). 1990 wurde ein Generhaltungsprogramm eingeführt, um die Restbestände zu erfassen und weiterhin zu erhalten (ÖKL, 2019). Somit ist das Original Braunvieh heute eine Generhaltungsrasse. Laut ÖPUL 2015 zählt das Original Braunvieh zu den „Seltenen Nutztierarten“ und wurde als „hoch gefährdet“ eingestuft (ÖKL, 2019) (BMLRT, 2020b).

3.3. Murbodner

Die zur Auswertung herangezogenen Daten der Tiere der Murbodner Rasse stammen vom Betrieb C. Insgesamt konnten somit 25 unterschiedliche Gewichts-Alters-Verläufe dokumentiert werden.

In Österreich liegt der Rassenanteil der Murbodner unter 1%. Die insgesamt 14 400 Tiere verteilen sich vorwiegend auf Steiermark, Nieder- und Oberösterreich (ZAR, 2014).

Die Murbodner gehören zur Gruppe der Höhenviehassen (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020) und sind in Österreich einheimisch (BMLRT, 2020b). Die Tiere sind mittelrahmig und einfarbig hell (BMLRT, 2020b). Die Farbe reicht von semmelgelb bis fuchsrötlich, häufig ist eine Talerzeichnung vorhanden (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020) (ÖKL, 2019). Murbodner haben typischerweise ein schwarzes Flotzmaul mit einer hellen dreieckigen Schnippe, welches auch als „Herz“ bezeichnet wird. Das Flotzmaul und die Augen sind von einem hellen Rand umsäumt. Die Murbodner zeichnen sich zudem durch dunkle Schwanz- und Hornspitzen aus. Die Klauen haben ebenfalls eine dunkle Färbung und sind sehr kräftig. Die Stiere sind im allgemeinen Erscheinungsbild häufig etwas dunkler als die Kühe (ZAR, 2014) (ÖKL, 2019).



Abb. 4: Murbodner auf der Weide, Bildlizenz von pixabay.com

Die Murbodner gehören zu den fleischbetonten Zweinutzungsrindern. Charakteristisch für diese Rasse sind die Gutmütigkeit sowie deren starkes Fundament. Die Tiere sind zudem sehr robust gegenüber rauen Klimabedingungen (ZAR, 2014) (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020). Dank dieser Eigenschaften eignen sie sich sehr gut für die extensive Weide- oder Almhaltung (ZAR, 2014) (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020) (ÖKL, 2019). Die Fütterung der Rinder ist auf die lokalen

Produktionsbedingungen angepasst und meist extensiv. Deshalb werden hauptsächlich regionale Futtermittel wie Heu, Silage und Grummet gefüttert (BMLRT, 2020b).

Einsatzgebiet der Murbodner ist vor allem die Mutterkuhhaltung (ZAR, 2014) (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020) (ÖKL, 2019). Für diese Produktionsform sind Langlebigkeit und eine hohe Widerstandsfähigkeit wertvolle und wichtige Eigenschaften, welche die Rasse genetisch aufweist. Seltener werden die Tiere auch als Doppelnutzungsrasse eingesetzt (ZAR, 2014) (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020).

Das Zuchtziel dieser Rasse sind gut bemuskelte und frühreife Tiere. Es werden sowohl die Milchleistung als auch die Fleischleistung bzw. die Mastfähigkeit berücksichtigt. Zudem wird es angestrebt, die Gesundheit, Widerstandsfähigkeit, hohe Nutzungsdauer und gute Futtermittelverwertung der Tiere zu erhalten (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020). In Zukunft soll der Fokus verstärkt auf die Mutterkuhhaltung gelegt werden. Deshalb sollen die gute Fruchtbarkeit, das Weideverhalten, die ausgeprägten Muttereigenschaften und die Leichtkalbigkeit der Tiere erhalten bleiben (BMLRT, 2020b).

Die Tiere haben eine durchschnittliche Milchleistung von etwa 4 000 Kilogramm mit 3,9% Fett und 3,3% Eiweiß. Die Tagesgewichtszunahme (365 Tage) der Stiere beträgt etwa 1 000 Gramm und die der Kühe circa 900 Gramm (ZAR, 2014). Die Stiere können ein Gewicht bis zu 1 000 Kilogramm erreichen, Kühe werden im Durchschnitt etwa 650 Kilogramm schwer (BMLRT, 2020b).

Das Fleisch der Murbodner ist feinfasrig, sehr zart, saftig und zeigt eine gute Marmorierung. Insgesamt ergibt sich somit eine ausgezeichnete Fleischqualität, weshalb das Fleisch ein Bestandteil der gehobenen Rindfleischküche ist (ZAR, 2014) (ÖKL, 2019) (BMLRT, 2020b). Aus diesem Grund haben sich verschiedene Markenfleischprogramme und eigene Vermarktungsschienen (unter anderem „Murbodner Qualitätsochse“ oder „Almo“) etabliert (ZAR, 2014). Erworben werden kann das Fleisch meist saisonal über Ab-Hof-Verkäufe oder über regionale Handelsschienen (BMLRT, 2020b). Werden Murbodner in Fleckviehrindern eingekreuzt, so kann die Fleischqualität der Fleckviehstiere erhöht werden (BMLRT, 2020b).

Die Murbodner stammen vom Mürztaler Rind ab. Deren Herkunft liegt in der Steiermark (ZAR, 2014). Die Rasse stellte ursprünglich ein Dreinutzungs- und Dreinutzungsrind dar. Neben Milch- und Fleischspielte auch die Zugleistung eine wichtige Rolle (ÖKL, 2019). Durch Einkreuzungen mit Bergschecken- und Blondviehschlägen entstand die Murbodner Rasse. Diese verbreitete sich

sehr stark und verdrängte im 19. Jahrhundert zunehmend die Mürztaler Rinder (BMLRT, 2020b).

Ende der 1960er Jahre wies der österreichische Bestand nur mehr 100 reinrassige Murbodner auf. Die starke Dezimierung der Rinderanzahl ist auf das fehlende Einsatzgebiet zurückzuführen. Demnach wurden Zugochsen aufgrund der Mechanisierung nicht mehr für die landwirtschaftliche Arbeit benötigt und darüber hinaus wurde deren Milchleistung von Fleckvieh Rindern übertroffen. Durch die Rinderkrankheiten Tuberkulose und Brucellose ist die Rasse beinahe ausgestorben (ZAR, 2014). Im Jahr 1982 startete die ÖNGENE (Österreichische Nationalvereinigung für Genreserven landwirtschaftlicher Nutztiere) Generhaltungsmaßnahmen. Seit diesem Zeitpunkt werden Betriebe mit Murbodner Rindern unterstützt. Somit zählen die Murbodner zu den Generhaltungsrassen (ZAR, 2014) (ÖKL, 2019). 2015 stufte ÖPUL die Murbodner Rinder als „gefährdete Rasse mit besonderem Generhaltungsprogramm“ ein (ÖKL, 2019).

3.4. *Aberdeen Angus*

In dieser Arbeit wurden 8 Wachstumskurven von Aberdeen Angus Rinder vom Betrieb A erhoben.

Das Angus Rind zählt zu den häufigsten Fleischrassen weltweit. Mit einem Rassenanteil unter 1% (12 200 Tiere) haben Angus Rinder in Österreich nur eine geringe Bedeutung (ZAR, 2014). Die Tiere sind mittelrahmig und haben einen kleinen Kopf und einen langen Körper. Die Rasse weist eine gute Bemuskelung, feine Gliedmaßen und feste Klauen auf. Die Tiere sind entweder einfarbig schwarz oder rot und genetisch hornlos (ZAR, 2014) (BLE, 2020). Zu deren Eigenschaften gehört ein friedfertiges Gemüt, eine gute Anpassungsfähigkeit und Anspruchslosigkeit (ZAR, 2014). Angus Rinder sind frühreif, haben eine gute Fruchtbarkeit und ermöglichen leichte Geburten (BLE, 2020).



Abb. 5: Angus Rinder, Bildlizenz von pixabay.com

Da die Tiere den Fleischrindern angehörig sind, haben sie eine hohe Schlachtausbeute und wachsen zudem sehr schnell. Die männlichen Tiere haben eine durchschnittliche Tagesgewichtszunahme von etwa 1 100 Gramm und erreichen ein Gewicht von bis zu 1 200 Kilogramm. Die Zunahme der weiblichen Rinder liegt mit circa 900 Gramm knapp darunter. Anguskühe werden im Durchschnitt 700 Kilogramm schwer (ZAR, 2014) (BLE, 2020). Deren Fleisch ist sehr schmackhaft und zart, da es durch eine feine Faserung und gute Marmorierung gekennzeichnet ist (ZAR, 2014) (BLE, 2020). Das gelbe Fett ist typisch für die Rasse (ZAR, 2014).

Aufgrund der genetischen Hornlosigkeit und deren friedfertigen Charakter können Angus Tiere sehr gut in größeren Gruppen gehalten werden. Da Tätigkeiten wie Enthornen und regelmäßige Geburtshilfe wegfallen, ist diese Nutzungsform sehr arbeitsextensiv. Zudem können die Tiere das ganze Jahr über im Freiland gehalten werden. Aus diesen Gründen ist die Angus Rasse vor allem bei Nebenerwerbsbetrieben und nachhaltigen Programmen zur Grünlandextensivierung vorzufinden (ZAR, 2014) (BLE, 2020).

Der Ursprung dieser Rasse liegt an der nordöstlichen Küste Schottlands in den Landschaften Aberdeen und Angus. Ausgrabungen bestätigen die Hornlosigkeit dieser Rinder. Aufgrund deren Herkunft sind die Rinder robust gegenüber rauen Klimabedingungen. Ende des 18. Jahrhunderts wurde dann mit den Tieren gezielt gezüchtet und in verschiedenste Länder exportiert. Die Rasse ist heutzutage auf der ganzen Welt verbreitet. Somit werden die Tiere nicht nur in Amerika und Europa gehalten, sondern sind auch in Australien, Neuseeland und Südafrika vorzufinden. Seit den 1980er Jahren gibt es Anguszüchter in Österreich (ZAR, 2014) (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020).

3.5. *Holstein*

In Österreich beträgt der Rassenanteil der Holsteins 7%. Das sind in etwa 140 000 Tiere (ZAR, 2014).

Der Phänotyp der Holsteins kann einfarbig schwarz, rot oder weiß sein. Häufiger sind sie aber als Schwarz-Weiß (Holstein-Friesian bzw. Schwarzbunte) oder Rot-Weiß (Red- Holstein bzw. Rotbunte) anzutreffen. Der Bereich um die Augen ist immer pigmentiert. Weiße Flecken am Kopfbereich sind vermehrt vorzufinden (ZAR, 2014). Weiß gefärbt sind üblicherweise auch die Euter, die Schwanzspitzen und die Unterbeine. Die Tiere sind großrahmig (BLE, 2020).



Abb. 6: Holstein Rinder auf der Alm, Bildlizenz von pixabay.com

Holstein Rinder sind auf eine hohe Milchproduktion gezüchtet worden. Die Tiere zeichnen sich deshalb durch sehr hohe Milchtagesleistungen aus, welche sich über mehrere Laktationen erstrecken. Die Rasse Holstein stellt anteilmäßig die größte Milchviehrasse der Welt dar (ZAR, 2014). Basis für die hohe Milchproduktion ist eine gute Melkbarkeit und ein fest ansitzendes Euter. Weitere Voraussetzungen für eine wirtschaftliche Nutzung sind frühreife, fruchtbare und leichtkalbige Kühe (BLE, 2020).

Das derzeitige Zuchtziel richtet sich mit 45% vermehrt auf die Milchproduktion aus. Der übrige Anteil untergliedert sich in 40% Fitness und 15% Exterieur. Der Fokus liegt demnach auf einer möglichst langen Nutzung einer guten Milchleistung und einer guten Anpassungsfähigkeit an unterschiedliche Haltungsbedingungen. Die durchschnittliche Milchleistung beträgt 8 400 Kilogramm mit 4,0% Fett und 3,3% Eiweiß (ZAR, 2014).

Im 19. Jahrhundert wurden deutsche Schwarzbunte (Rinder einer milchbetonten Rasse) in die USA und Kanada gebracht, um mit diesen zu züchten. Daraus entstand die Rasse Holstein-Friesian, welche sich durch höhere Milchleistungen auszeichnen konnte. Später wurden diese Tiere rückimportiert und verdrängten durch Einkreuzungen zunehmend die ursprüngliche Rasse der Schwarzbunten (ZAR, 2014) (Brade und Brade, 2013).

In dieser Arbeit werden sowohl Schwarzbunte als auch Holstein-Friesian Rinder behandelt. Deutsche Holstein-Schwarzbunte Rinder stammen vom Betrieb F. Damit konnten Gewichts-Alters-Verläufe von insgesamt 76 Tieren dargestellt werden. Die übrigen Tiere wurden von Betrieb E zur Verfügung gestellt. Damit wurde das Wachstum von 7 Rindern der Rasse Holstein-Friesian betrachtet. 13 Tiere weisen die Rasse Holstein mit unterschiedlichen Einkreuzungen auf.

3.6. Wagyu

In der vorliegenden Arbeit wurden die Alters-Gewichts-Daten von insgesamt 13 Wagyu-Rindern erhoben. Diese wurden vom Betrieb B zur Verfügung gestellt.

Die Rasse Wagyu stammt ursprünglich aus Japan. Sie wird heute als eine der teuersten und exklusivsten Rassen der Welt bezeichnet (Wagyuhof GmbH, o.D.). Bekannt sind auch die Kobe-Rinder, das sind Wagyu-Rinder mit Herkunft aus der Region Kobe. Tiere der Rasse Wagyu sind frühreif, mittelrahmig und haben feste Klauen (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020). Das Erscheinungsbild ist meist einfarbig schwarz. Selten sind auch braune oder rote Tiere vorzufinden (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020) (BLE, 2020). Weitere Exterieurmerkmale sind die schwarzen Klauen und das schwarze Flotzmaul (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020). Der Körperbau der Tiere ist sehr fein. Es sind sowohl behornete Tiere als auch genetisch hornlose Tiere vorzufinden (BLE, 2020).



Abb. 7: Wagyu Rinder, Bildlizenz von shutterstock.com

Die japanische Rasse hat eine hohe Anpassungsfähigkeit, ist robust gegenüber veränderten Klimabedingungen und kann sich deshalb auch in Europa problemlos entwickeln. Das Gemüt der Tiere ist ruhig und ausgeglichen, weshalb Wagyu Rinder sehr gut auf der Weide gehalten werden können (BLE, 2020).

Wagyu heißt übersetzt „japanisches Rind“ (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020) (Wagyuhof GmbH, o.D.). Es ist ein Sammelbegriff für vier Fleischrinderrassen. Mit 90% macht davon die eindeutige Mehrheit das Japanese Black (Kuroge Wagyu) aus. Diese Rasse ist bei uns unter der allgemeinen Bezeichnung Wagyu bekannt. Von den insgesamt vier Wagyu-Fleischrinderrassen ist diese die Dominierende am Markt (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020).

Ein besonderes Merkmal dieser Rasse ist es, dass Wagyu Rinder in der Zuchtgeschichte kaum als Kreuzungspartner genutzt wurden. Ursprünglich wurden sie ausschließlich für Arbeitszwecke verwendet. Die Mast stellte keine alternative Nutzungsform dar, da der Verzehr laut Buddhismus in Japan vor dessen West-Öffnung untersagt wurde. Im Jahr 1868 versuchte man die Fleischleistung der Wagyu Rinder durch Züchtung zu steigern, um sie als Fleischrinder exportieren zu können (Wagyuhof GmbH, o.D.).

Die ersten Wagyu Rinder wurden 1976 von Japan in die USA importiert. Später wurde der Export von Wagyu Rindern, Embryonen oder Samen aus Japan wieder verboten. Deshalb bilden ausschließlich 168 Tiere die Basis der gesamten Population außerhalb Japans (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020). Vor circa 10 Jahren wurden die ersten Wagyu Rinder in Österreich gehalten. Dieser Bestand hat sich bis heute auf circa 300 Tiere vergrößert (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020).

Die Mastdauer ist aufgrund der langsamen Entwicklung stark verlängert. Somit ist die Zeitdauer bis zur Erreichung der Schlachtreife im Vergleich zu anderen Fleischrassen meist verdoppelt. Etwa 30 Monate dauert die Mast von Wagyu Rindern (BLE, 2020).

Das Gewicht der männlichen Tiere kann bis zu 1 000 Kilogramm betragen. Wagyukühe werden durchschnittlich nur halb so schwer (BLE, 2020).



Abb. 8: Wagyu Fleisch, das am stärksten marmorierte Rindfleisch der Welt, Bildlizenz von pixabay.com

Das Fleisch von Wagyu Rindern ist sehr mürbe. Das besondere Merkmal ist die hervorragende Marmorierung, weshalb es zum weltweit stärksten marmorierten Rindfleisch aller Rassen ernannt wurde (Wagyuhof GmbH, o.D.). In Verbindung mit einer feinen Faserung gilt das Fleisch als Delikatesse (BLE, 2020). Laut Ernährungsrichtlinien soll der Verzehr von gesättigten Fettsäuren gesenkt und jener von ungesättigten Fettsäuren gesteigert werden. Das Wagyu Fleisch hat nur einen geringen Anteil an gesättigten Fettsäuren (Wagyuhof GmbH, o.D.)

und enthält viele ungesättigte Fettsäuren bzw. Omega-3-Fettsäuren (BLE, 2020). Somit ist das Fleisch der Wagyu Rinder für die Ernährung besonders vorteilhaft und stellt ein Fitnessfleisch dar (Wagyuhof GmbH, o.D.).

4. Methode

4.1. Wachstum

Gesunde Rinder, welche genügend zu fressen haben, nehmen an Gewicht zu. Der Wachstumsverlauf ist ein komplexer Vorgang eines jeden Lebewesens und unterscheidet sich zwischen den einzelnen Individuen. Sowohl die Körper-Masse als auch die Körper-Proportionen verändern sich im Laufe der Entwicklung. Die Organe eines Tieres entwickeln sich in einer bestimmten Reihenfolge. Dieses Verhältnis der Wachstumsgeschwindigkeit von einzelnen Organen zu anderen wird mathematisch gesehen als „allometrisches Wachstum“ beschrieben (Kirchgessner et al., 2014).

Bertalanffy betrachtet das Wachstum als Differenz zwischen Anabolismus und Katabolismus. Anabolismus bezeichnet Aufbau- und Speicherprozesse von Körpermasse bzw. Zellsubstanz (Energiegewinn), während Katabolismus Abbauprozesse (Energieverbrauch) darstellt. Somit liegt Wachstum vor, wenn ein Energieüberschuss im Stoffwechsel herrscht (Bertalanffy, 1934) (Brunner et al, 2018) (Drack, 2015) (Krüger, 1964) (Kühleitner, 2013b) (Renner-Martin, 2015). Ein Wachstumsverlauf zeichnet sich somit durch das Vorhandensein von einem Nährstoffüberschuss aus. Demnach überwiegen die anabolen Prozesse gegenüber den katabolen Vorgängen und es werden mehr Nährstoffe aufgenommen, als zur Deckung des Erhaltungsbedarfes nötig wären (Bertalanffy, 1934) (Kirchgessner et al., 2014) (Renner-Martin, 2015).

Das Wissen von der Physiologie des Wachstums der Tiere, speziell der Rinder, und in weiterer Folge die Entwicklung einer Wachstumskurve ist für viele Bereiche ein wichtiger Faktor. Das Wachstum ist nicht nur von der Genetik, sondern auch von der Fütterung abhängig. Somit kann mit einer Futteroptimierung gezielt in die Biologie der Tiere eingegriffen und die Massezunahme günstig beeinflusst werden (Kirchgessner et al., 2014) (Steinwider, 2020a). Jedoch nimmt auch das Lebensalter der Tiere einen Einfluss auf das Wachstum. So sinkt mit steigendem Alter die Wachstumsintensität. Eine Ausnahme stellt das „kompensatorische Wachstum“ dar. Hier wird die durch ein Nahrungsdefizit bedingte verminderte Wachstumsrate durch ein überproportionales Wachstum ausgeglichen, wenn wieder ausreichend Nahrung vorhanden ist. Dieser biologische Prozess wird im Bereich der Mastfütterung gezielt eingesetzt und genutzt (Kirchgessner et al., 2014).

Die Erkenntnis des Zeitpunktes vom größten Wachstum ist von Bedeutung, da hier eine maximale Futteraufnahme stattfinden soll. Da die Futterkosten etwa zwei Drittel der gesamten

Kosten in der Tierhaltung ausmachen, ist die Fütterungsoptimierung wirtschaftlich und ökonomisch ein zentraler Faktor (Kirchgessner et al., 2014).

Die Kenntnis von Wachstumsmodellen hilft bei der Kontrolle der Gesundheit und des Wohlbefindens, indem das momentane Gewicht mit dem berechneten Modellgewicht verglichen wird. Mithilfe der mathematischen Modellierung kann auch die tierzüchterische Arbeit, der Zuchterfolg und das Schlachtagter optimiert werden (Brunner et al., 2019a). Um dies zu erreichen, ist der Verlauf der einzelnen Wachstumskurven wieder von zentraler Bedeutung. Somit hat die mathematische Modellierung nicht nur in der Fütterung, sondern auch im Managementbereich und der Zucht eine wichtige Verwendung. Allgemein betrachtet ist das Wachstum im Bereich der Nutztierwissenschaften ein zentraler Faktor zur Beurteilung der Wirtschaftlichkeit (Kirchgessner et al., 2014). Deshalb haben Wachstumsmodelle im Bereich der Fütterung, der Tierhaltung, der Tierzucht und in weiterer Folge auf die Nahrungsmittelversorgung eine große Bedeutung (Brunner et al., 2019a) (Kirchgessner et al., 2014) (Renner-Martin, 2015).

4.2. Mathematische Modellierung

Mathematische Modelle finden in vielen Bereichen wie beispielsweise in den Naturwissenschaften, der Technik oder der Ökonomie Einsatz. Mithilfe einer mathematischen Modellierung gelingt es Situationen zu beschreiben, Zusammenhänge aufzuzeigen, sowie komplexe Mechanismen einfacher darzustellen und real zu verdeutlichen. Es können durch Veränderung der Parameterwerte auch zukünftige Prognosen getätigt werden bzw. Vorgänge simuliert werden (Ableitinger, 2008) (Krüger, 1964), (Krüger, 1967). In diesem Zusammenhang werden vor allem Wachstumsvorgänge gern und oft untersucht (Krüger, 1965).

Um Verfälschungen zu vermeiden, sollen nur Rohdaten verwendet werden, um mit möglichst vielen Informationen daraus weiterzuarbeiten. In der Natur befindet sich eine große Komplexität, sodass nicht jeder Aspekt beim Modellbildungsprozess berücksichtigt werden kann. Deshalb sollte die Wichtigkeit der unterschiedlichen Einflüsse und Aspekte abgewogen werden. In weiterer Folge sollen weniger essentielle Effekte, welche bloß einen minderen Beitrag zur Genauigkeit des Modells liefern, vernachlässigt werden. Auf diese Weise wird das Modell nicht verkompliziert und zusätzliche Ressourcen können eingespart werden (Eck et al., 2017) (Reinhold, 2013).

4.3. Wachstumsmodell von Bertalanffy-Pütter

Die Differentialgleichung von Bertalanffy-Pütter

$$m' = pm^a - qm^b \text{ mit } m(0) = m_0$$

beschreibt die Masse $m = m(t)$ des Tieres in Abhängigkeit vom Alter t und dem Geburtsgewicht m_0 . Die Parameter a, b, p, q und m_0 sind positiv. Die Modelle unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Exponenten $a < b$ und werden durch diese charakterisiert. Wenn wir an einem Modell besonders interessiert sind, schreiben wir BP(a, b)-Modell und meinen das Bertalanffy-Pütter Modell mit Exponenten a und b und drei freien Parametern p, q und m_0 (Brunner et al., 2018) (Kühleitner, 2013a) (Kühleitner, 2013b).

Zu der Klasse der BP-Modelle gehören das lineare und das exponentielle Wachstum. Diese 2-Parameter-Modelle (linear: $a = b = 0$ mit $m' = p - q$ bzw. $a = 1, q = 0$ und $m' = pm$) sind in der Handhabung einfach. Da sie aber unbeschränkt sind, beschreiben sie nur einen Teil des Wachstums korrekt.

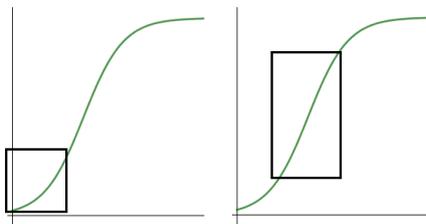


Abb. 9: Linearer und exponentieller Teil der Wachstumskurve. Linkes Bild: exponentieller Abschnitt; Rechtes Bild: linearer Teil der Wachstumskurve.

Die Gruppe der 3-Parameter-Modelle beinhaltet neben dem Wachstumsmodell von Brody, das Wachstumsmodell von West, das logistische Wachstumsmodell von Verhulst, im Grenzfall das Wachstumsmodell von Gompertz und auch das klassische Wachstumsmodell von Bertalanffy. Diese angegebenen Modelle besitzen eine explizite Lösungsfunktion, was vorteilhaft bei der Datenanpassung ist (Kühleitner, 2013b). Die benannten 3-Parameter-Modelle sind mit ihren Exponenten in Tabelle 1 zusammengefasst. Das klassische Modell von Gompertz erhält man als Grenzfall der BP($1, b$) - Modelle im Grenzfall für b geht gegen 1. Dazu betrachten wir die rechte Seite der BP-Differentialgleichung als Funktion von b . $f(b) = pm - qm^b$. Wegen $f(b) \sim f(1) + f'(1)(b - 1)$ und $f'(b) = -qm^b \ln m$ erhält man die Differentialgleichung von Gompertz: $m' = pm - qm \ln m$.

Tabelle 1: Benannte drei-Parameter Bertalanffy-Pütter Modelle mit expliziter Lösungsfunktion.

Modell	Exponenten		Parameter
	a	b	
Brody (1945)	0	1	p, q, m_0
Bertalanffy	$2/3$	1	
West (2001)	$3/4$	1	
Gompertz	1	1	
Verhulst (1838)	1	2	

Vier-Parameter-Modelle mit expliziter Lösungsfunktion sind das verallgemeinerte Bertalanffy Modell (4P-Bertalanffy) und das Richards Modell (Kühleitner, 2013b). Ihre Exponenten und Parameter sind in Tabelle 2 gelistet.

Tabelle 2: Benannte vier-Parameter Bertalanffy-Pütter Modelle mit expliziter Lösungsfunktion.

Modell	Exponenten		Parameter
	a	b	
Verallgemeinertes Modell von Bertalanffy	$0 \leq a < 1$	1	p, q, a, m_0
Richards (1959)	1	$b > 1$	p, q, b, m_0

Das allgemeine fünf Parameter BP-Modell generalisiert alle zuvor genannten speziellen Modelle (Kühleitner, 2013a). Einschließlich des unbekanntes Anfangsgewichtes müssen insgesamt fünf Modellparameter a, b, p, q, m_0 durch Datenanpassung ermittelt werden.

Rinderrasse, Umweltfaktoren, Schwankungen im Nahrungsangebot oder der Temperatur, beeinflussen das Wachstum. Im Gegensatz zu den 2-, 3- und 4-Parameter-Modellen können Wachstumsdaten durch das allgemeine 5-Parameter-Modell besser angepasst werden. Dies hat jedoch auch zur Folge, dass die Gefahr der Überanpassung steigt und Parameter unrealistische Werte annehmen (Brunner et al., 2019a) (Brunner et al., 2019b) (Krüger, 1973) (Kühleitner, 2013b).

Die asymptotische Masse m_{max} erhält man aus der Bedingung $m' = 0$ zu

$$m_{max} = \left(\frac{p}{q}\right)^{1/b-a}$$

Für $a = 0$ hat das BP-Modell keinen Wendepunkt. Für $a > 0$ haben die Wachstumskurven einen sigmoiden (S-förmigen) Verlauf. Zur Berechnung der Masse im Wendepunkt m_{WP} wird die 2. Ableitung null gesetzt. Man erhält

$$m_{WP} = \left(\frac{pa}{qb} \right)^{1/b-a}$$

Das Verhältnis der Masse im Wendepunkt zum Maximalgewicht berechnet sich zu

$$\frac{m_{WP}}{m_{max}} = \left(\frac{a}{b} \right)^{1/b-a}$$

Tabelle 3: Verhältnis von Masse im Wendepunkt zu Maximalmasse der benannten drei und vier Parameter BP-Modelle.

Modell	Exponenten		Parameter	$\frac{m_{WP}}{m_{max}}$
	a	b		Prozent
Brody (1945)	0	1	p, q, m_0	0
Bertalanffy (1957)	$\frac{2}{3}$	1		30
West (2001)	$\frac{3}{4}$	1		32
Gompertz (1832)	1	1		37
Verhulst (1838)	1	2		50
Verallgemeinertes Modell von Bertalanffy	$0 \leq a < 1$	1		p, q, a, m_0
Richards (1959)	1	$b > 1$	p, q, b, m_0	37 - 100

Abbildung 10 stellt die Exponenten der speziellen Wachstumsmodelle grafisch dar. Das Wachstumsmodell von Brody, Bertalanffy, West, Gompertz, das logistische Wachstumsmodell von Verhulst und lineares Wachstum sind laut deren Exponentenwerte a und b durch rote Punkte gekennzeichnet. Die beiden schwarzen Linien stellen das verallgemeinerte Wachstumsmodell von Bertalanffy und jenes von Richards dar (Kühleitner, 2013b).

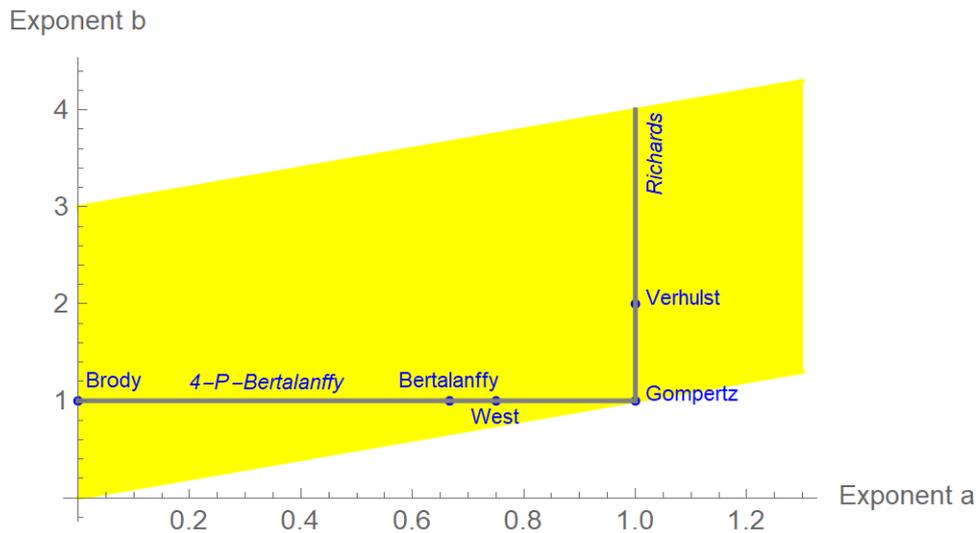


Abb. 10: Exponenten der klassischen BP-Modelle. Drei-Parameter Modelle: Brody BP(1, 0), Bertalanffy BP(2/3, 1), West BP(3/4, 1), Gompertz BP(1, 1), Verhulst BP(1, 2). Vier-Parameter Modelle: 4-P-Bertalanffy BP(a, 1) und Richards BP(1, b). Gelb: Standardsuchbereich der fünf-Parameter BP-Modelle.

Zum Schluss dieses Kapitels behandeln wir den Einfluss der Parameter a und b im BP-Modell im sogenannten Walford-Plot, d.h. wir betrachten die rechte Seite der BP-Differentialgleichung $m' = pm^a - qm^b$ als Funktion $f(x) = px^a - qx^b$. Für $a = 0$ nimmt das Wachstumsmodell von Bertalanffy-Pütter die Form $m' = p - qm^b$ an. Der Zuwachs ist somit für $m = 0$ maximal und nimmt mit wachsendem m ab. Speziell für $b = 1$ erhält man das Gesetz von Mitscherlich, vom abnehmenden Ertragszuwachs. Für $a = 0$ und b beliebig hat das Wachstumsmodell von Bertalanffy-Pütter keinen Wendepunkt. Die Differentialgleichung hat in diesen Fällen folgendes Aussehen:

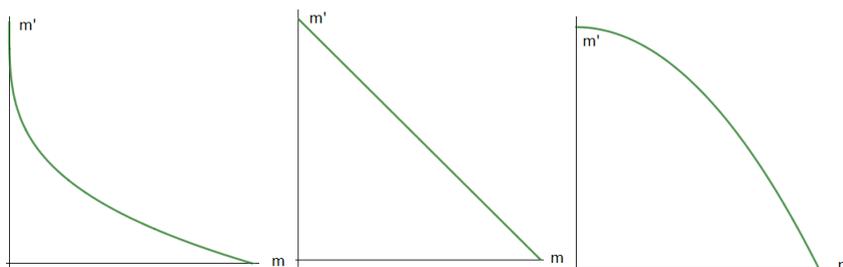


Abb. 11: Der Einfluss des Parameters b in den BP(0, b)-Modellen, d.h. für $a=0$ im Walford-Plot. Linkes Bild: $0 < b < 1$. Mitte: $b = 1$. Rechtes Bild: $b > 1$.

Für $0 < a < 1$ ist die $m' - m$ -Kurve negativ gekrümmt, d.h. ausgehend von einem Geburtsgewicht m_0 nimmt der Gewichtszuwachs sehr schnell ab. Ist hingegen $a > 1$ so hat die $m' - m$ -Kurve einen Wendepunkt. Bei festem a und wachsendem b strebt das Verhältnis von m_{WP} zu m_{max} gegen 1, d.h. ausgehend vom Wendepunkt fällt die Kurve steil ab.

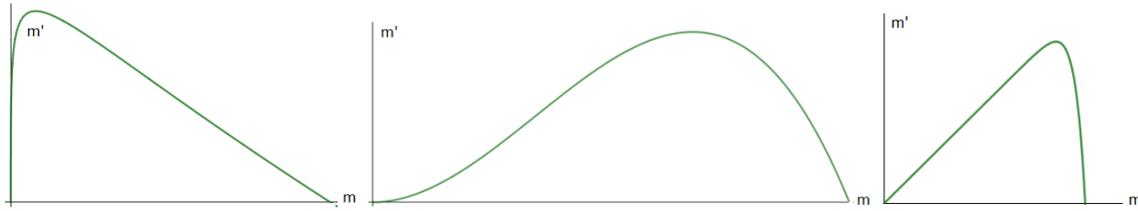


Abb. 12: Walford-Plot der BP(a, b)-Modelle. Linkes Bild: $0 < a < 1$. Der Gewichtszuwachs m' nimmt ausgehend von m_0' rasch bis zum maximalen Wert von m' zu und fällt dann ab. Mittleres Bild: $a > 1$. m' nimmt ausgehend von m_0' langsam, dann rasch und anschließend wieder langsam bis zum maximalen Wert von m' zu, um danach abzufallen. Rechtes Bild: Für großes b fällt die Kurve nach dem Wendepunkt steil ab.

4.4. Methode der kleinsten Quadrate

4.4.1. Minimierung der Abweichungsquadratsumme

Die Anpassung des Bertalanffy-Pütter Modells an gegebene Daten erfolgt in dieser Masterarbeit mit der Minimierung der Abweichungsquadratsumme SSE (Sum of Squared Errors). Die Fehlerquadratsumme berechnet sich dabei als die Quadratsumme der Differenz zwischen dem beobachteten Datenpunkt x_i und dem Modellwert (Kühleitner, 2013b).

$$SSE = \sum_{i=1}^N (x_i - m(t_i))^2$$

Ziel der Methode der kleinsten Quadrate ist es, durch eine geeignete Wahl der Parameter der Modellfunktion diese Fehlerquadratsumme zu minimieren. Es werden also jene Parameter ermittelt, mit welchen die Modellfunktion möglichst nahe an den Daten verläuft und somit die Modellfunktion die Daten bestmöglich wiedergibt (Kühleitner, 2013a). Die optimale Wahl der Parameter a , b , m_0 , p und q liefern den minimalen Wert SSE_{min} der Abweichungsquadratsumme.

In dieser Arbeit wurde die Minimierung der Abweichungsquadratsumme verwendet. Die Entscheidung für dieses Gütemaß basierte auf mehreren Gründen: Da es das am häufigsten verwendete Gütemaß ist, ist es demnach auch in der Literatur stark vertreten. Folglich wird dadurch ein Vergleich mit anderen Studien ermöglicht. Da wir vorwiegend Gewichts-Alters Daten von Einzeltieren haben, ist die SSE ein geeignetes Gütemaß.

4.4.2. Informationskriterium von Akaike (AIC) und Varianten

Um entscheiden zu können, ob das fünf Parameter BP-Modell besser ist als das vier Parameter Richards Modell, wenden wir das Informationskriterium von Akaike (1969), auch als AIC (Akaike Information Criterion) bekannt, an. Damit können auch nicht verwandte Modelle miteinander verglichen werden. Das Kriterium von Akaike wird beim Vergleich von Modellen

mit unterschiedlichem Aufbau bzw. einer unterschiedlichen Anzahl an Parametern verwendet. Es berücksichtigt nicht nur die Abweichungsquadratsumme SSE , sondern auch die Anzahl (K) der Parameter (einschließlich SSE) und die Anzahl (N) der Datenpunkte (Kühleitner, 2013b).

$$AIC = N \ln \frac{SSE}{N} + 2K$$

Je mehr Parameter die Modellfunktion hat, umso besser kann die Modellkurve an die Daten angepasst werden. Daher bestraft der AIC die Güte der Anpassung durch den Term $2K$. Ziel des AIC ist es, eine Überanpassung durch zu viele Modellparameter zu vermeiden (Renner-Martin, 2015).

Bei kleinen Stichproben wird der korrigierte AIC_c verwendet. Dieser berechnet sich zu

$$AIC_c = N \ln \frac{SSE}{N} + 2K + 2 \frac{K(K+1)}{N-K-1}$$

Eine weitere Variante ist das Bayes-Informationskriterium BIC . Es pönalisiert eine höhere Parameter-Anzahl umso mehr, umso mehr Daten verwendet werden. BIC berechnet sich zu

$$BIC = N \ln \frac{SSE}{N} + K \ln N$$

Wir vergleichen die Bertalanffy-Pütter Modelle mit den Parametern a, b, p, q, m_0 und SSE , d.h. $K=6$ mit dem Brody Modell mit den Werten $a = 0, b = 1$ und den Parametern p, q, m_0 und SSE , d.h. $K=4$ und dem linearen Modell $m = kt + m_0$ mit den Parametern k, m_0 und SSE , d.h. $K=3$.

4.4.3. Weitere Gütemaße

In der Literatur findet man weitere Methoden zur Identifikation des bestmöglichen Modells, etwa die logarithmierte Abweichungsquadratsumme, die Wurzel der mittleren Fehlerquadratsumme ($RSME$ =Root-mean-squared-error), R^2 und den F-Test.

Mit dem F-Test kann gezeigt werden, ob sich zwei unabhängige Stichproben in ihren Varianzen unterscheiden. Die Stichproben stammen jeweils aus einer normalverteilten Grundgesamtheit. Mit diesem statistischen Verfahren kann somit die Varianzhomogenität geprüft werden. Die Teststatistik ist hier F-verteilt. Der F-Test wird auch verwendet, wenn die Güte der Anpassung eines Modells mit der eines Spezialfall dieses Modells (mit weniger Parametern) miteinander verglichen werden sollen (Renner-Martin, 2015). Zum Beispiel beim Vergleich eines einfachen dreiparametrischen BP-Modelles A mit einem Fünfparameter-BP-Modell B, welches eine bessere Anpassung aufweist (Brunner and Kühleitner, 2020).

$$F = \frac{\left(\frac{SS_A - SS_B}{DF_A - DF_B}\right)}{\left(\frac{SS_B}{DF_B}\right)}$$

Die logarithmierte Abweichungsquadratsumme wird beim Vorliegen von Heteroskedastizität verwendet. Das heißt, dass die Streuung im Laufe der Zeit variiert. Dies ist beispielsweise beim Rinderwachstum der Fall: Zur Geburt haben die Tiere ein ähnliches Gewicht. Je älter die Tiere werden, desto stärker streuen deren Gewichte (Kühleitner, 2013b). Dies setzt Gewichtsmittelwerte und die Kenntnis der Streuungen im Laufe der Zeit voraus. Aus den Literaturdaten erhält man Daten für Einzeltiere oder Mittelwerte; in diesem Fall aber fast nie die Streuungen.

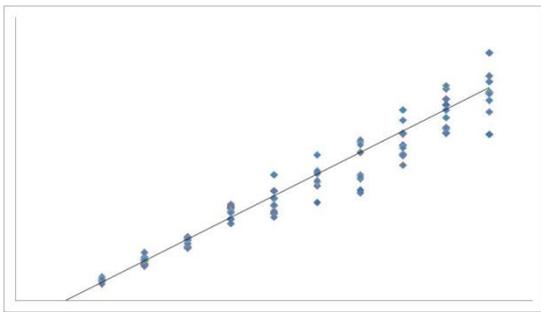


Abb. 13: Heteroskedastizität. Die Streuung in y-Richtung wächst mit dem Alter der Tiere.

Die logarithmische Abweichungsquadratsumme $SSLE$ berechnet sich als Differenz der logarithmisch transformierten Daten und der logarithmisch transformierten Modellfunktion zu

$$SSLE = \sum_{i=1}^N (\ln x_i - \ln m(t_i))^2$$

Ziel ist es durch eine optimale Wahl der Modellparameter $SSLE$ zu minimieren. Auch dies funktioniert mit dem unten erklärten SA-Verfahren (Kühleitner, 2013a). Die Werte der optimalen Modellparameter a, b, p, q, m_0 hängen davon ab, welche Abweichungsquadratsumme SSE oder $SSLE$ man minimiert. Für die Literaturdatensätze (Bahashwan, 2015) und (Beltran, 2014) ergibt sich

Tabelle 4: Optimale Modellparameter für *SSE* bzw. *SSLE* für zwei unterschiedliche Datensätze. Für [Bahashwan 2015] liegen die optimalen Parameter für die Minimierung von *SSE* und *SSLE* nahe beisammen. Für den Datensatz [Beltran A] sind deutliche Unterschiede in den optimalen Parametern erkennbar.

Methode	a	b	m_0	p	q	Datensatz
<i>SSE</i>	0.01	0.35	24.6149817	35.4585016	4.8548093	Bahashwan2015
<i>SSLE</i>	0.01	0.33	22.3320104	37.5816209	5.78868126	
<i>SSE</i>	0	0.79	27.5248579	1.02218732	0.00804424	Beltran A
<i>SSLE</i>	0.06	0.52	26.5659209	1.11625052	0.06628331	

Ein weiteres Gütemaßwelches, welches in der Literatur angegeben wird, ist die Wurzel der mittleren Fehlerquadratsumme (RSME=Root-mean-squared-error). $RSME = \sqrt{SSE/N}$ gibt an, um wie viel im Durchschnitt der Modellwert vom beobachteten Wert abweicht und stellt somit den durchschnittlichen Prognosefehler dar. Ein hoher RSME-Wert bedeutet eine schlechte Modellanpassung. R^2 berechnet sich zu $1 - SSE/SST$, wobei SST die totale Abweichungsquadratsumme vom Mittelwert \bar{x} bezeichnet. In Formel:

$$SST = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

Man kann SST als Abweichungsquadratsumme von der konstanten Funktion $m(t) = c$ interpretieren. Diese Summe wird minimal für $c = \bar{x}$, den Mittelwert der beobachteten Gewichte.

4.5. Berechnung der optimalen Parameter in Mathematica

4.5.1. Simulated Annealing

Das Neuartige an unserem Zugang ist, dass wir für fixe Exponenten a und b die optimalen Modellparameter m_0 , p und q mittels eines Simulated Annealing (SA) Verfahrens berechnen. Dies ist ein stochastisches Optimierungsprogramm mithilfe von Zufallsvariablen. Wir verwenden dabei folgende Form des Simulated Annealings: Für fixe Exponenten a und b werden für m_0 , p und q die Startwerte x_{min} (kleinster beobachteter Gewichtswert), 1 und 1 gewählt. Mit diesen Werten wird die Abweichungsquadratsumme $SSE(m_0, p, q)$ berechnet. Nun werden m_0 , p und q mit positiven, gleichverteilten Zufallszahlen (z_1, z_2, z_3) multipliziert und davon die Abweichungsquadratsumme $SSE(z_1 \cdot m_0, z_2 \cdot p, z_3 \cdot q)$ berechnet. Wir bemerken, dass beim normalen Simulated Annealing Zufallszahlen addiert werden. Wir aber

multiplizieren Zufallszahlen. Dadurch sind auch die mit den Zufallszahlen multiplizierten Größen positiv, auch dann, wenn der Parameter q sehr nahe bei Null ist, z.B. $q = 10^{-20}$. Negative Zahlen wären problematisch, weil dies zu einem Programmabsturz führt.

Ist die neu berechnete Abweichungsquadratsumme kleiner als die ursprüngliche, so werden die bisherigen Parameter m_0, p, q durch die neuen $z_1 \cdot m_0, z_2 \cdot p, z_3 \cdot q$ ersetzt. Ist die neue Abweichungsquadratsumme größer als die ursprüngliche, so werden die neuberechneten Parameter fast immer verworfen. Um ein lokales Minimum zu vermeiden, werden mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit auch die neuen Parameter verwendet, wenn die neue Abweichungsquadratsumme größer ist als die alte.

Entlang der Diagonalen ($a, a + 0.01$) werden 50 000 SA Schritte gemacht, danach nur mehr 1000.

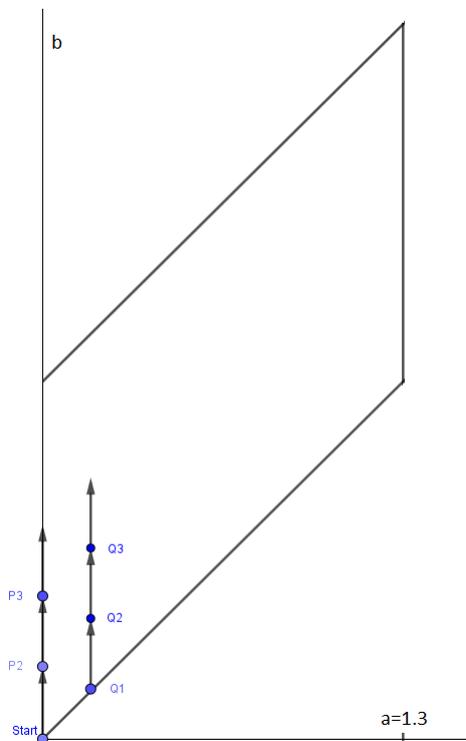


Abb. 14: Optimierungsverfahren. Das SA-Verfahren startet im Punkt $(a, b) = (0, 0.01)$. In 50 000 SA-Schritten werden optimale Parameter für m_0, p und q ermittelt. Danach wird b um 0.01 erhöht. Als Startwerte für m_0, p und q für das neue Modell, werden die optimalen Werte von P1 gewählt. Die Startwerte werden in 1000 SA-Schritten verbessert. In b -Richtung werden 300 Schritte mit Schrittweite 0.01 gemacht. Danach wird a um 0.01 erhöht. Im Punkt $Q1=(0.01, 0.02)$ werden die Parameter m_0, p und q wieder mit 50 000 SA-Schritten verbessert.

4.5.2. Ablauf der Berechnungen

Im ersten Schritt wurden die zur Verfügung gestellten Wertepaare mit Alter und Gewicht in ein Excel File eingetragen. Da im Bertalanffy-Pütter Modell fünf unbekannte Parameter vorliegen, werden nur Datensätze mit mindestens sechs Alter-Gewichts-Wertepaaren verwendet.

Tabelle 5: Auszug aus den Alter-Gewichts-Daten des Stieres Paul.

Alter (Tage)	1	20	27	40	55	63	68	76	84	...	215
Gewicht (kg)	52	88	104	124	148	159	167	178	191	...	381

Im nächsten Schritt wurden die beiden Excelspalten in ein Mathematica Datenblatt kopiert. Der Mathematica Code für den gegebenen Datensatz befindet sich im Anhang. Dieser unterscheidet sich nur durch den Befehl „datinput“ von anderen Datensätzen.

Im Bertalanffy-Pütter Wachstumsmodell müssen die fünf Parameter a, b, p, q, m_0 optimiert werden. Da Standardoptimierungsverfahren die optimalen Zahlen nicht finden, geht man folgendermaßen vor: Statt fünf Parameter zu optimieren, fixiert man die beiden Exponenten a und b . Dadurch begrenzt sich die Suche auf die drei unbekannt Parameter p, q und m_0 . Man startet die Suche nach den optimalen Parametern mit $a = 0$ und $b = 0.01$. Ein Simulated Annealing (SA) Verfahren mit 50 000 Schritten sucht nun die bestmöglichen Parameter m_0, p und q . Als Startwerte für m_0, p, q werden $x_{min}, 1$ und 1 gewählt, wobei x_{min} die minimale beobachtete Masse des Tieres ist. Im nächsten Schritt bleibt a fix und b wird um 0.01 erhöht, d.h. man betrachtet die Exponenten/das Modell $a = 0$ und $b = 0.02$. Mit dem Simulated Annealing Verfahren, diesmal aber nur 1000 Schritte, werden die Parameter m_0, p und q des neuen Modells optimiert. Als Startwerte für m_0, p und q wählt man die optimierten Werte aus Schritt 1, da man annimmt, dass sich die optimierten Parameter nicht allzu sehr ändern, was sich nachträglich als richtig erweist.

Für $a = 0$ geht man entlang der b -Richtung in 0.01 Schritten bis $b = 3$. Danach startet man mit $a = 0.01$ und $b = 0.02$ neu, d.h. m_0, p und q werden in 50 000 SA-Schritten optimiert. Als Standardsuchbereich wird der Bereich $0 \leq a \leq 1.3$ und $a < b \leq 3$ festgelegt. In Summe werden so für 39 000 Exponenten jeweils die optimalen Parameter m_0, p und q bestimmt.

4.5.3. Weiterbearbeitung der berechneten Werte

Nach jedem SA-Verfahren schreibt Mathematica sechs Zahlen, bestehend aus den Parametern a, b, m_0, p, q und der Abweichungsquadratsumme SSE in eine csv Datei. Diese sechs Zahlen werden anschließend in Excel importiert. Der Aufbau eines solchen Excel-Ergebnis Files ist in Tabelle 6 dargestellt. Die Spalten stellen die Parameter a, b, m_0, p, q und SSE dar. Für fixe a und b (in hundertstel) wurden die Parameter m_0, p und q optimiert.

Tabelle 6: Auszug aus dem Excel-Ergebnis File für den Datensatz des Stieres Paul. Die Spalte *SSE* stellt die minimale Abweichungsquadratsumme für gegebenes a und b und optimierten Parametern m_0 , p und q dar.

	a	b	m_0	p	q	<i>SSE</i>
1	0	0.01	53.9561607	24.1602352	21.4271068	302.62002
2	0	0.01	53.9561607	24.1602352	21.4271068	302.62002
3	0	0.02	48.1508122	22.7756142	19.0654883	458.695247
4	0	0.03	45.1206984	18.7229689	14.6274348	632.374855
5	0	0.04	37.9683178	16.8629916	12.3516774	905.69965
...
39001	1.3	4.3	89.7920352	0.00209211	3.8515E-11	3252.41142

Um das bestmögliche Modell mit minimalster *SSE* zu erhalten, wird nach der letzten Spalte der Tabelle aufsteigend sortiert. Als Ergebnis erhält man in der ersten Zeile die Parameter des bestmöglichen Modells. Dies hat mit $SSE_{min}=298,409296$ die minimalste Abweichungsquadratsumme.

Tabelle 7: Excel Datenblatt nach *SSE* sortiert.

	a	b	m_0	p	q	<i>SSE</i>
1	0	1.02	54.6590704	1.82461513	0.00106697	298.409296
2	0	1.07	54.5995356	1.815412	0.00078301	298.426998
3	0	1.1	54.7148804	1.80683746	0.00064251	298.437364
4	0	0.97	54.4078245	1.84271905	0.00149513	298.459729
5	0	1.04	54.6212868	1.81908275	0.00093415	298.465721
...

Diese Schritte wurden für alle Datensätze wiederholt. Deren Ergebnisse sind im Kapitel 5 dargestellt.

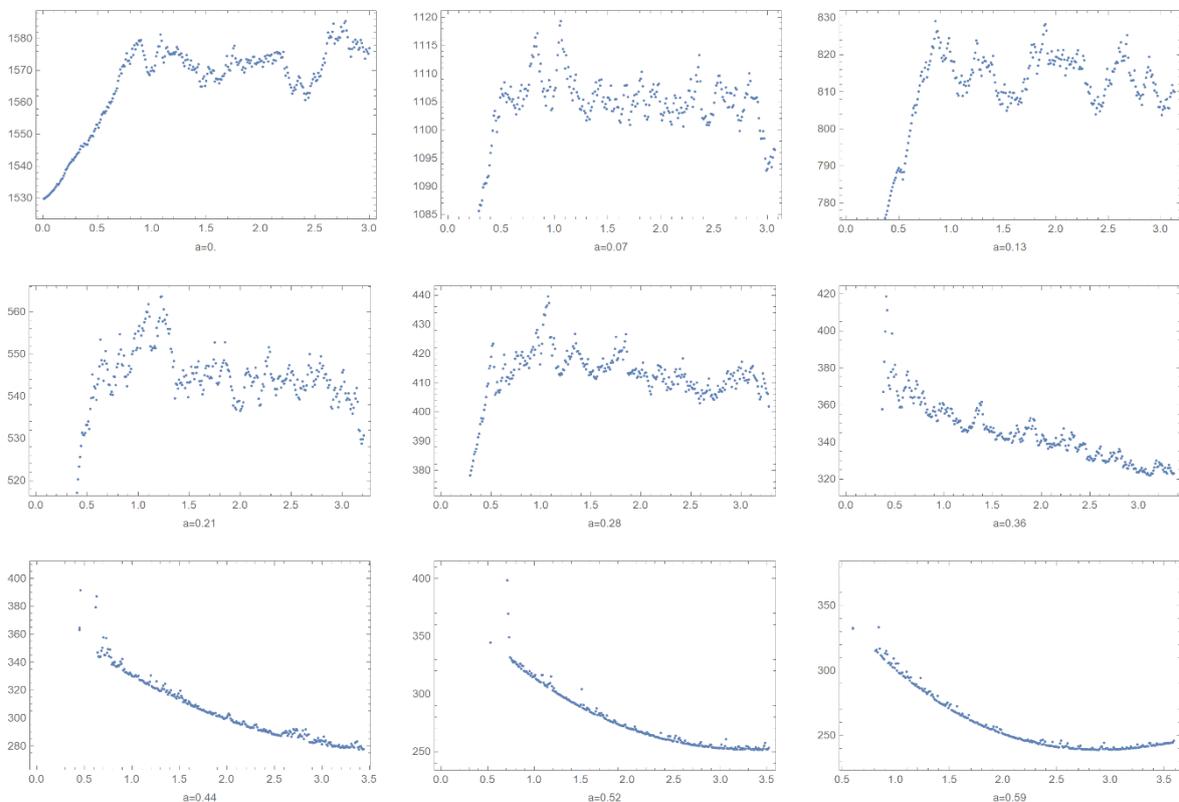
Wir bemerken an dieser Stelle folgendes: Das Modell $a = 0$ und $b = 1,02$ lässt sich unter allen BP-Modellen am besten anpassen. Aber auch andere Modelle (Zeile 2 bis 5) haben eine *SSE* die nur geringfügig höher ist als SSE_{min} des bestmöglichen Modells. Wir sprechen in diesem

Fall von *fast optimalen Modellen*. Betrachtet man den Kurvenverlauf dieser fast optimalen Modelle, so sieht man optisch keinen Unterschied zur Wachstumskurve des optimalen Modells.

4.5.4. Phasen der Optimierung

In diesem Kapitel zeigen wir, wie sich die Abweichungsquadratsumme SSE entlang der b -Richtung bei fixen Werten von a verhält. In Abbildung 15 sind typische Phasen der Optimierung veranschaulicht. In diesem Beispiel liegt der optimale Exponent bei $a = 1,25$. Für $a = 0$ ist daher die Datenanpassung eher schlecht. Dies bemerkt man, wenn man sich SSE gegen b ansieht. Das SA-Verfahren kann die richtigen Parameter für m_0, p und q nicht finden. Es gibt zu viele lokale Minima. (Vergleiche eine Landschaft mit vielen Maulwurfshügeln. Welcher ist der höchste?)

Diese Beschreibung trifft für die ersten sechs Diagramme zu. Erhöht man a weiter, so nimmt in der nächsten Phase die Abweichungsquadratsumme eine „U“-Form an. Ab $a = 0,7$ ist die „U“-Form der SSE als Funktion vom Exponenten b sehr deutlich erkennbar. Das Optimum wird beim niedrigsten SSE -Wert erreicht. Dieser liegt bei $SSE_{min} = 211,51$ und $a = 1,25$. Das Diagramm dazu ist nachfolgend mit einem roten Rahmen versehen. In der letzten Phase nimmt die Funktion immer einen steigenden Verlauf an.



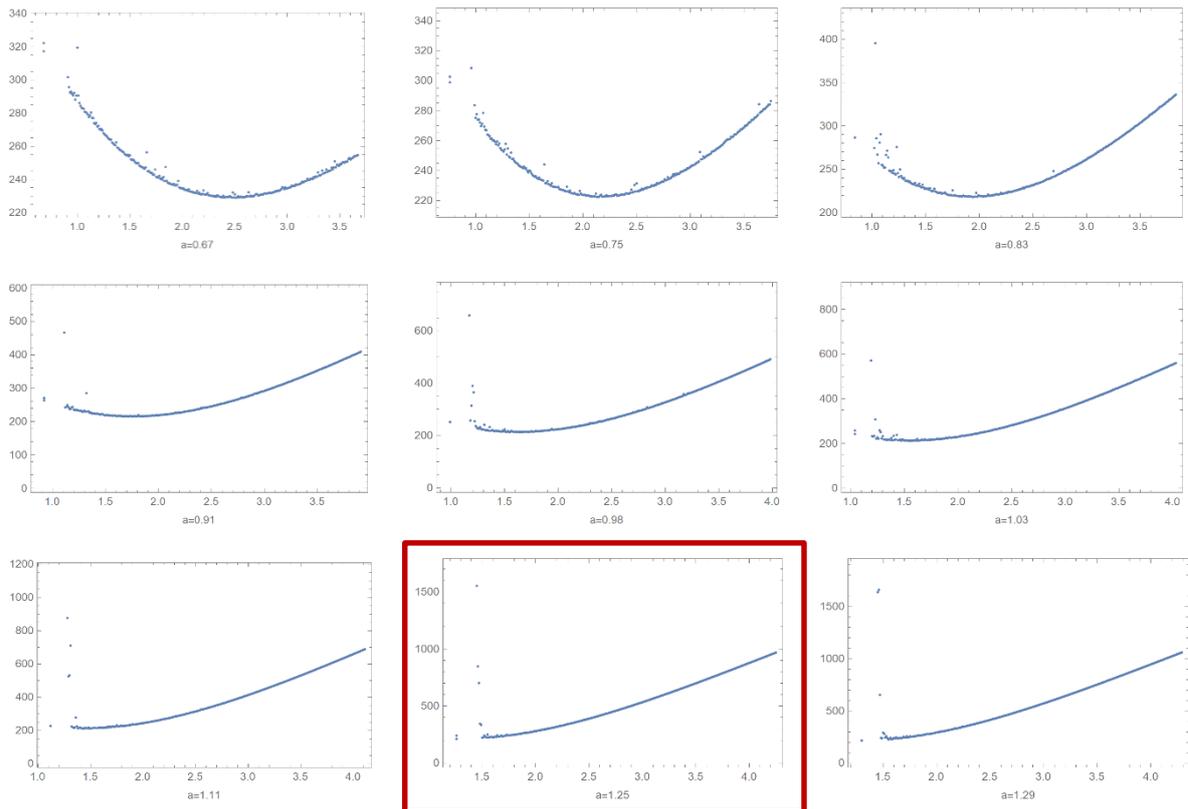


Abb. 15: Übersicht über die verschiedenen Optimierungsphasen. Bei fixem a , wird auf der x-Achse der Exponent b und auf der y-Achse SSE dargestellt. Der optimale Exponent $a = 1.25$ ist rot umrahmt.

4.5.5. Erweiterung des Suchbereichs

Das Programm Mathematica sucht standardmäßig im Bereich $0 \leq a \leq 1.3$ und $a < b < 3$ nach dem optimalen Modell bzw. der am besten passendsten Exponentenpaare. Dieser Standardsuchbereich beinhaltet insgesamt 39 000 Berechnungen. Es trifft aber nicht immer der Fall zu, dass das optimale Modell im Standardsuchbereich zu finden ist. Liegt das Optimum am oberen oder rechten Rand, so muss man den Suchbereich erweitern. Um Zeit zu sparen, wird nach der Standardsuche nur dort nach dem optimalen Modell gesucht, wo im Standardsuchbereich bereits die richtige Richtung angedeutet wird.

Bei Abbildung 16 ist das optimale Modell im oberen Bereich des Standardsuchbereichs (gelbe Fläche) vorzufinden.

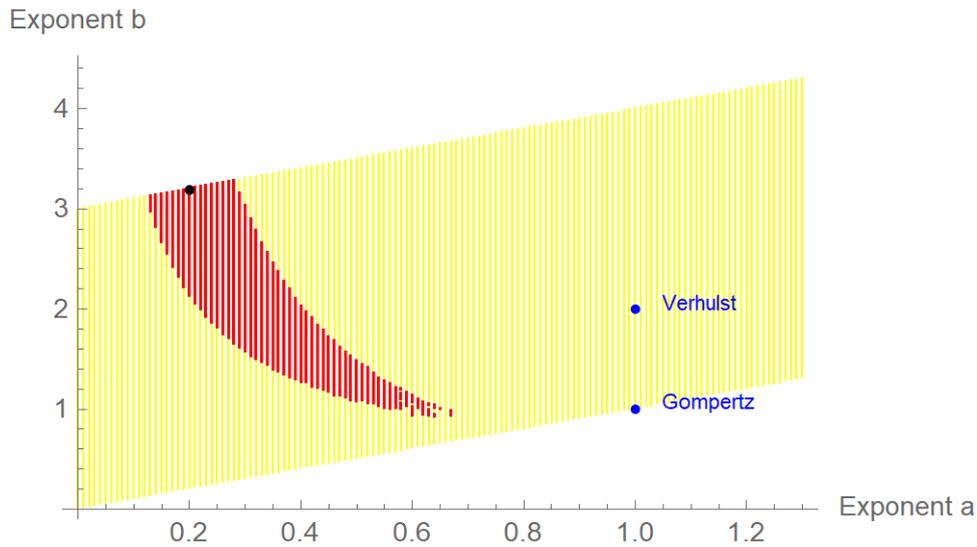


Abb. 16: Datensatz „Stier Amos“. Nach dem ersten Suchlauf liegt das optimale Modell am oberen Rand.

Der Suchbereich wird demnach nach oben hin erweitert, wie es in Abbildung 17 dargestellt ist. Ist das optimale Modell eindeutig gefunden (umgeben von fast-optimalen Modellen), hört die Suche auf.

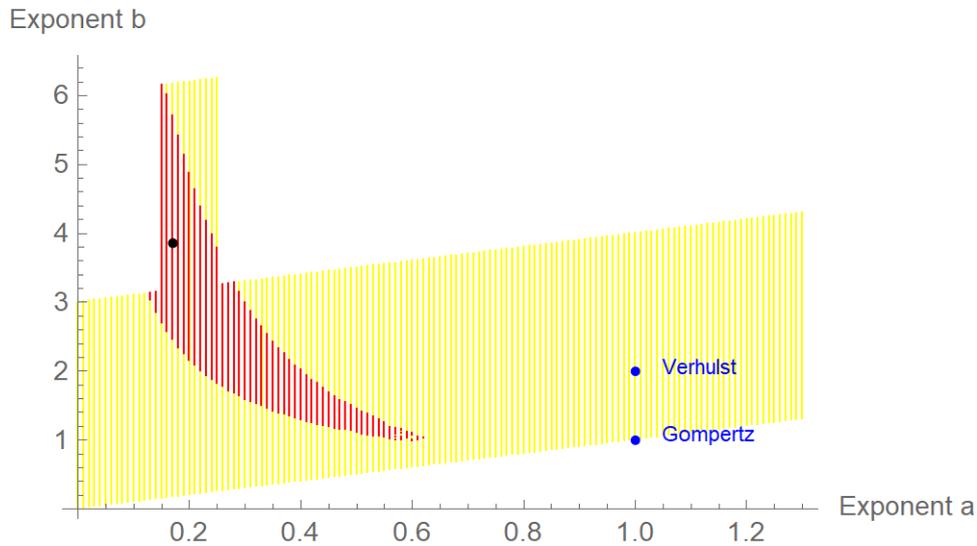


Abb. 17: Datensatz: “Stier Amos“. Erweiterung des Suchbereichs nach oben

Die nächsten beiden Abbildungen zeigen ein ähnliches Vorgehen. Bei Abbildung 18 liegt das optimale Modell am rechten Rand des Standardsuchbereichs (gelbe Fläche).

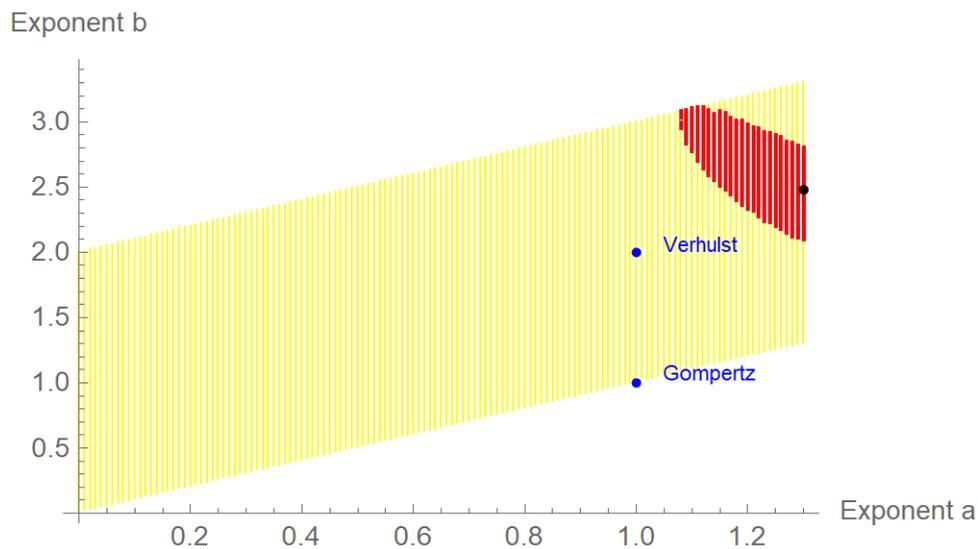


Abb. 18: Datensatz: „Stier Nr.13“.Optimales Modell liegt am rechten Rand des Suchbereichs. Aus Zeitgründen wurden hier nur 200 Schritte in b-Richtung gerechnet.

Der Suchbereich wird demnach nach rechts hin erweitert, wie es in Abbildung 19 zu erkennen ist.

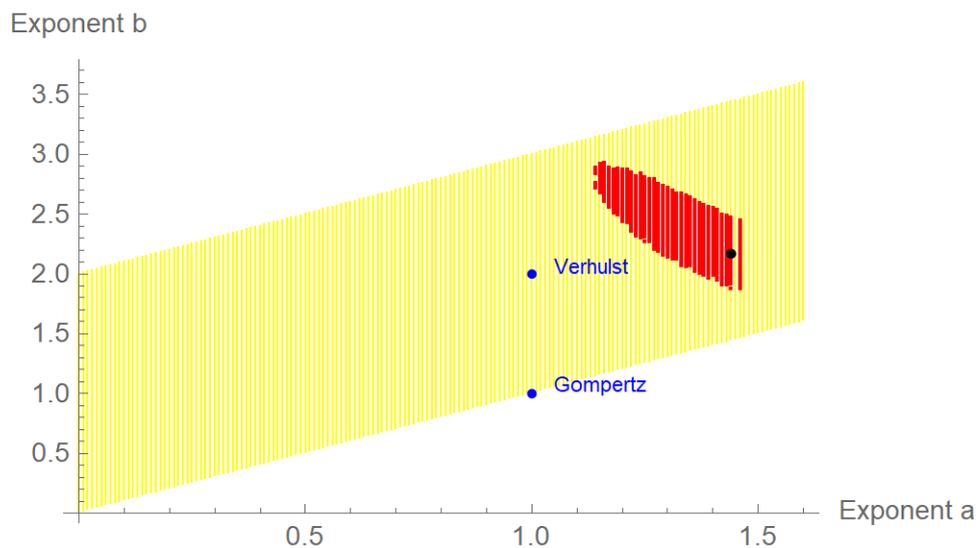


Abb. 19: Datensatz: „Stier Nr. 13“, Erweiterung des Suchbereichs nach rechts.

Die Werte von b können eine erstaunliche Größe annehmen. So konnte zum Beispiel bei Stier Nummer 26 ein maximaler Wert von 51,25 für den Parameter b erreicht werden. Ist dies der Fall, tritt in der Wachstumsfunktion früh eine Sättigung ein. In der Abbildung 21 ist zu erkennen, dass die Modellkurve für den Stier Nr. 26 sehr schnell das Plateau erreicht. Das Verhältnis m_{WP} zu m_{max} ist 92%.

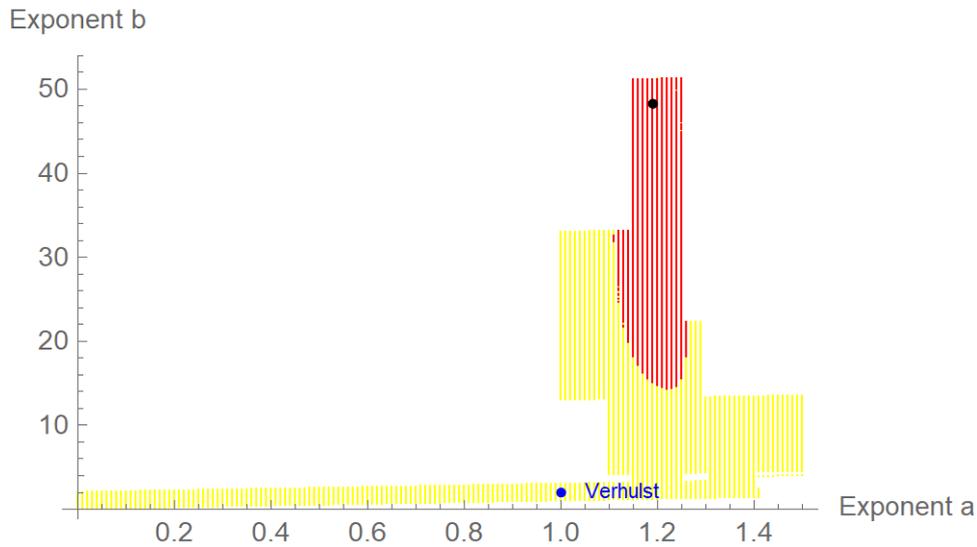


Abb. 20: Datensatz: „Stier Nr. 26“, hohe b -Werte

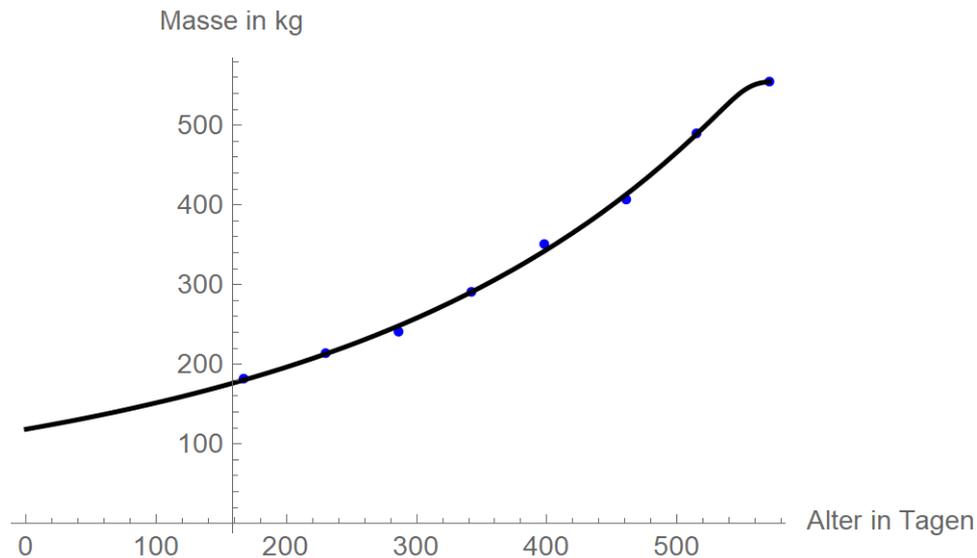


Abb. 21: Datensatz: „Stier Nr. 26“, frühe Sättigung

4.6. Optimale und fast-optimale Modelle

4.6.1. Vergleich: optimales Modell und benannte Modelle

Wie schon zuvor beschrieben, wird für die Ermittlung des optimalen Modells die Methode der kleinsten Quadrate verwendet. Dafür werden für jedes Exponentenpaar (a, b) die drei Parameter p, q, m_0 ermittelt, welche die kleinste $SSE(a, b)$ ergeben. Die sechs Zahlen a, b, m_0, p, q und SSE stehen in einer Zeile des zugehörigen Excel-Ergebnis Files. Das Excel File für eine Datensatz umfasst mindestens 39 000 Zeilen mit $0 \leq a \leq 1.3$, $a < b \leq 3$ und a und b in 0.01 Schritten. Insbesondere enthält das Ergebnis-Excel-File eines Datensatzes auch die klassisch,

benannten Modelle Bertalanffy, Gompertz, Verhulst und Richards. Wir können daher das optimale Modell (a_{opt}, b_{opt}) mit minimaler $SSE_{min} = \min_{a,b} SSE(a, b)$ mit den SSE -Werten dieser Modelle vergleichen.

Die nachfolgende Tabelle zeigt eine Übersicht über die Parameter- und SSE -Werte für die Modelle Bertalanffy, Gompertz, Verhulst, 4P-Bertalanffy und Richards am Beispiel des Stieres Paul. Beim Richards Modell wird unter allen Exponentenpaaren (l, b) jenes b mit minimaler SSE gesucht. In Pauls Fall sind die Parameterwerte des Richards Modells mit dem Modell von Gompertz ident.

Tabelle 8: Datensatz: „Stier Paul“. Drei und vier Parameter benannte Modelle und optimales Modell.

Modell	a	b	m_0	p	q	SSE
Bertalanffy	0,66	1	62,6624243	0,15835342	0,01786007	428,907934
Gompertz	1	1,01	66,0610565	0,87425151	0,82114474	562,743128
Verhulst	1	2	73,3004177	0,01597979	3,6403E-05	1059,96155
4P-Bertalanffy Bestes BP($a, 1$)- Modell	0,01	1	54,6385077	1,75361345	0,00130054	298,734241
Richards Bestes BP(1, b)- Modell	1	1,01	66,0610565	0,87425151	0,82114474	562,743128
Optimales Modell	0,00	1,02	54,6590704	1,82461513	0,00106697	298,409296

Obwohl sich die SSE der einzelnen Modelle deutlich unterscheidet, ist im Gewichts-Zeit-Verlauf (Abbildung 22) kaum ein Unterschied in den einzelnen Modellkurven zu erkennen.

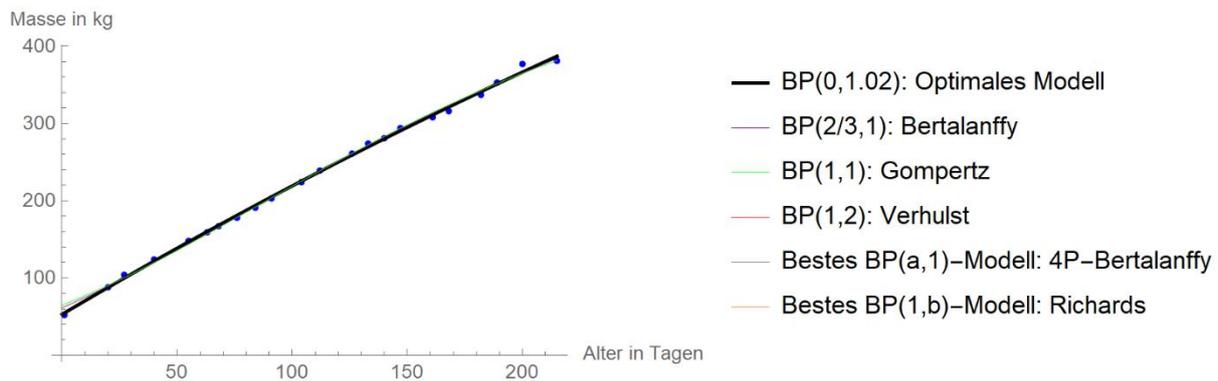


Abb. 22: Datensatz: „Stier Paul“. Benannte und optimale Modellkurven.

4.6.2. Fast-optimale Modelle

Wir haben bereits gesehen, dass sich nicht nur das optimale Modell sehr gut an die gegebenen Gewichtsdaten anpassen lässt, sondern auch Modelle mit einer deutlich höheren Abweichungsquadratsumme. Wir betrachten daher zusätzlich zum optimalen Modell mit der kleinstmöglichen Abweichungsquadratsumme auch fast-optimale Modelle. Das sind Modelle deren SSE höchstens um einen bestimmten Prozentsatz größer ist als die minimale SSE des bestmöglichen Modells. Wir zeigen in diesem Kapitel Bilder von fast-optimalen Bereichen, deren SSE die minimalste SSE um höchstens 5% übertrifft. Den Bereich der fast optimalen Modelle erhält man somit mit $SSE(a, b) < 1,05 \cdot SSE_{min.}$

Die Gewichts-Alters-Kurven der fast optimalen Modelle zeigt kaum einen sichtbaren Unterschied zu jener des optimalen Modells. Somit können auch die Exponentenpaare der fast optimalen Modelle für die Modellierung des Datensatzes verwendet werden. Interessanterweise ist der Bereich der fast-optimalen Modelle (mit 5%) in der Regel bereits sehr umfangreich, d.h. ein Gewichtsdatensatz wird in der Regel von sehr vielen Modellen sehr gut modelliert.

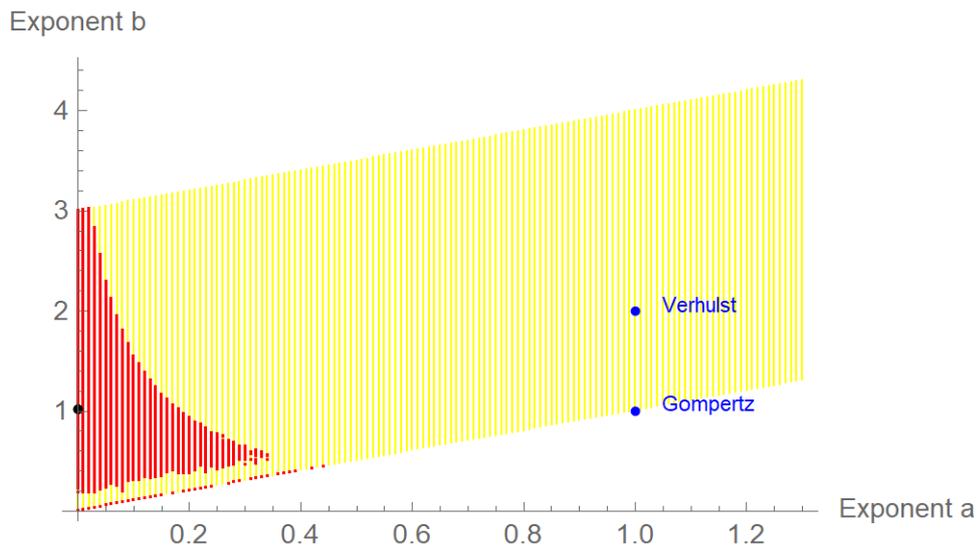


Abb. 23: Datensatz: „Stier Paul“. Optimales und fast-optimale Modelle (5%).

Typischerweise haben die fast-optimalen Bereiche der Exponenten die Form einer Banane, wie es am Beispiel des Tieres namens Melodie in der nachfolgenden Abbildung veranschaulicht wird.

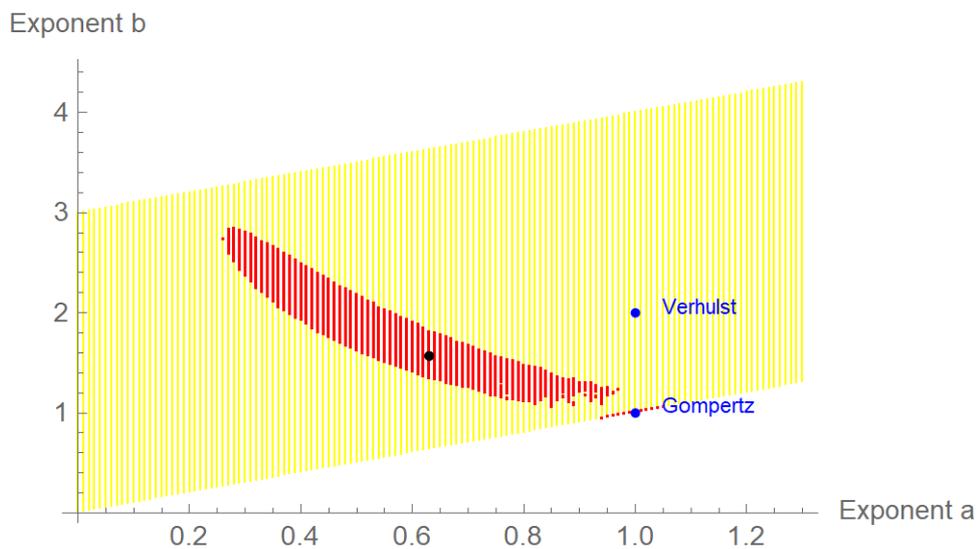


Abb. 24: Datensatz: „Melodie“. Typische, bananenförmige Form der fast optimalen Modelle.

Die Bereiche können aber ganz unterschiedlich ausfallen und sind beim bloßen Betrachten der Messdaten nicht vorhersehbar. So ist es einerseits möglich, dass das Optimum sehr ausgeprägt ist und keine nahezu optimalen Modelle mit 5% existieren (siehe Abbildung 25).

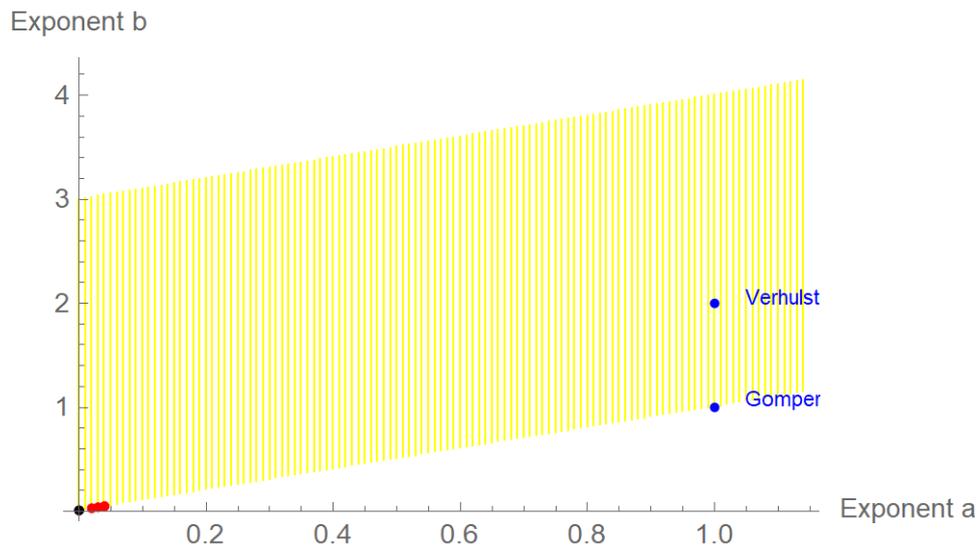


Abb. 25: Datensatz: „Esmeralda“. Optimales Modell. Keine fast optimalen Modelle mit 5%.

Andererseits können die Bereiche auch eine erstaunliche Größe einnehmen, wie es das nachfolgende Diagramm zeigt. Beinahe alle Exponenten liefern in diesem Fall ein fast optimales Modell mit 5%.

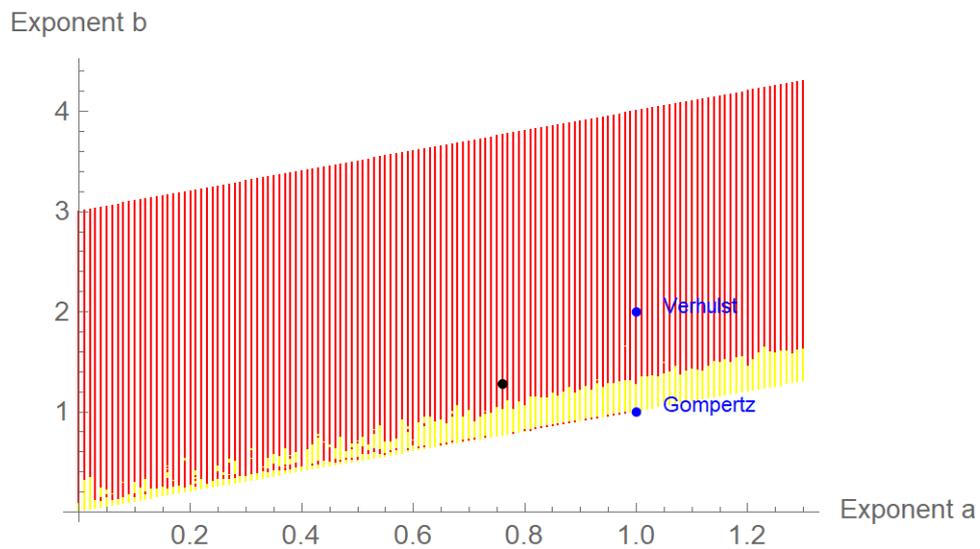


Abb. 26: Datensatz: „Ochse 12“. Der gesamte Suchbereich ist fast-optimaler Bereich.

Auch eine Säulenform (siehe Abbildung 27) ist bei den Datensätzen vorgekommen.

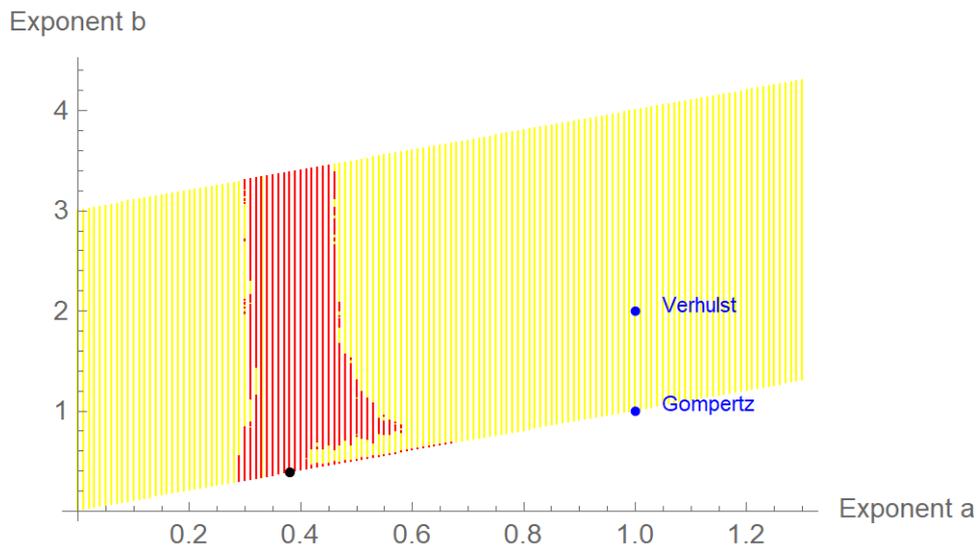


Abb. 27: Datensatz „Carinthia Beefmarker“. Säulenform als fast-optimaler Bereich.

Man sieht aus den vorigen Beispielen, dass sich viele Modelle an einen gegebenen Datensatz sehr gut anpassen. Daher stellt sich die Frage, ob sich die fast-optimalen Modellbereiche aller Datensätze überschneiden und es daher ein Modell gibt, welches sich besonders gut an möglichst viele Datensätze anpassen lässt. (Frage 2 der Masterarbeit.)

4.7. Daten

Mithilfe einer Literatur-Recherche und durch die Kontaktaufnahme mit Betrieben bzw. Versuchsanstalten wurden Gewichts-Alters-Daten von Rindern gesammelt.

Die Erstellung dieser Arbeit setzte das Vorhandensein von mindestens sechs Gewichts-Alters-Wertepaaren pro Tier voraus. Datensätze, bei welchen weniger als sechs Wiegeungen eines einzelnen Rindes durchgeführt worden sind, wurden entfernt und nicht mehr weiterverwendet. Ansonsten würde es bei einer Optimierung von sechs Parametern zu einer Überanpassung der Daten kommen. Die Einschränkung von einer Mindestanzahl von sechs Datensätze gilt auch für die Literaturrecherche. Hier wurden zudem noch Daten abgelehnt, welche aufgrund der hohen Datenmenge nicht digitalisierbar waren. Ebenso wurden Studien verworfen, welche eine Modellfunktion ohne die Angabe von Daten oder einer Primärquelle veröffentlichten.

Rechentechnisch wurde das Mathematikprogramm Mathematica 11.3 von Wolfram Research zur Verwendung gezogen. Dieses Programm wurde für Computeralgebra, Optimierung und einer statistischen Analyse eingesetzt. Die Berechnungen der optimalen Parameter dauerte ca. 2 Tage pro Datensatz und es wurden 8 PCs parallel verwendet.

Wird eine Modellfunktion an empirischen Daten angepasst, ist die Datenqualität von wichtiger Bedeutung. Für die Beurteilung der Datenqualität spielt unter anderem die Herkunft der Daten und deren Zuverlässigkeit eine wichtige Rolle. Die Daten aus dieser Arbeit stammen ausschließlich von Betrieben oder wurden im Zuge einer Literaturrecherche erhoben. Da für jedes Tier ein eigenes Tabellenblatt erstellt wurde, ist es nachvollziehbar, woher die Daten kommen. Die verwendeten Wiegewerte sind Rohdaten und wurden weder willkürlich noch unwillkürlich manipuliert. Sie weisen demnach eine hohe Zuverlässigkeit auf. In Bezug auf die Datenqualität muss auch abgeklärt werden, ob sich die Werte auf Einzeldaten oder Mittelwerte beziehen. In dieser Arbeit wurde hauptsächlich mit Werten von Einzeltiere gearbeitet. Mittelwerte wurden ausschließlich für die Wiegedaten einer einzigen Quelle gebildet (Kühleitner, 2013b).

Es wäre von Vorteil, wenn die Daten einen möglichst langen Lebenszeitraum des Tieres beschreiben würden. Solche langfristigen Daten, welche von der Geburt eines Tieres bis ins hohe Alter reichen, sind jedoch sehr schwer aufzutreiben. Da der Wendepunkt ein wichtiger Faktor im Wachstum eines Tieres darstellt, wäre eine Verteilung von jeweils drei Datenpunkten davor und danach von Vorteil (Kühleitner, 2013b).

4.7.1. Literaturdaten

Aus der Literatur sind Studien nachgefragt worden, welche Messdaten von Rindern enthielten. Mithilfe der Literaturdaten soll dargestellt werden, ob eine Veränderung bzw. Entwicklung einer Rasse im Laufe der Zeit stattgefunden hat. Deshalb haben wir nur Literaturdaten von jenen Rassen verwendet, welche auch in den empirischen Daten behandelt werden. Es wurde Research Gate, Web of Science, Scopus und Google nach Publikationen durchsucht. Um die Suche zu verfeinern, wurden die Schlagworte growth, growthmodel, Gompertz, logisticgrowth, Verhulst verwendet. Die geeigneten Daten wiesen entweder eine Tabellenform auf oder sind grafisch veröffentlicht worden. Traf letzteres zu, wurde „WebPlotDigitizer“ zum Digitalisieren der Daten verwendet. Die Datensätze wurden in eine Tabellenkalkulation in Excel von Microsoft eingetragen. Pro Tier wurde ein eigenes Tabellenblatt erstellt.

4.7.2. Empirische Daten

Der Großteil der verwendeten Gewichts-Alters-Daten von Rindern wurde durch die Kontaktaufnahme mit Betrieben bzw. Versuchsanstalten gesammelt.

Die empirischen Daten wurden von insgesamt sechs unterschiedlichen Bezugsquellen zur Verfügung gestellt, welche österreichische und deutsche Herkunft aufweisen.

In dieser Arbeit wurde absichtlich kein Betriebsvergleich gemacht. Wir haben die Gewichts-Alters-Daten der einzelnen Tiere unabhängig von der jeweiligen Quelle betrachtet.

Im Rahmen der Fleischleistungsprüfung werden das Geburtsgewicht, das Gewicht zum 200. Lebenstag und jenes zum 365. Lebenstag erfasst (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020). Dabei werden die Milchleistung der Mutter und das Wachstumsvermögen des Kalbes über das 200 Tage-Gewicht erhoben. Das 365 Tage-Gewicht hingegen beschreibt die Mastfähigkeit der Tiere (BMLRT, 2020b). In der Praxis ist es deshalb üblich, vorwiegend drei Wiegeungen pro Tier im Laufe eines Lebens zu erheben. Für die Erstellung dieser Arbeit waren aber mindestens sechs Wiegeungen pro Tier nötig. Diese Voraussetzung stellte für die empirische Recherche zunächst eine Herausforderung dar. Um eine größere Datenmenge an Gewichts-Alters-Daten zu erhalten, wurde der anfängliche innerösterreichische Untersuchungsraum nach Deutschland hin erweitert.

Die Wiegeung der Rinder wurde mit einer Tierwaage durchgeführt, welche in den einzelnen Ställen fest installiert war. Gewicht in Kilogramm und der dazugehörige Lebenstag des jeweiligen Tieres wurde in fortlaufender Reihe erfasst. Der Großteil der Datensätze wurde bereits in einem Excel-File zur Verfügung gestellt und dann in eine neue Excel-Datei kopiert, um sie für die spätere Auswertung aufzubereiten.

Die Messdaten der Betriebe und Versuchsanstalten weisen eine hohe Aktualität auf.

Es wurden Messdaten beider Geschlechter verwendet. Die Datensätze umfassen sowohl die Nutzungsrichtung der Fleischerzeugung als auch jene mit dem Fokus auf die Milchgewinnung. Nähere Informationen zu den Datensätzen finden Sie in den nachfolgenden Literaturhinweisen.

5. Ergebnisse

Dieses Kapitel gibt eine Übersicht über alle Ergebnisse aus empirischen Daten und Literaturdaten. Die empirischen Daten beinhalten insgesamt 161 Datensätze, welche von sechs unterschiedlichen Quellen aus Österreich und Deutschland stammen. Da deren Herkunft in dieser Arbeit nicht veröffentlicht wird, werden sie nachfolgend mit A-F anonymisiert. Die Quellen A – C stellen einen Zuchtbetrieb dar. Jene Datensätze der Bezeichnung D stammen von einer Eigenleistungsprüfanstalt. Die Datensätze E und F wurden von Forschungsanstalten zur Verfügung gestellt. Die jeweiligen Datensätze dazu sind dann in der Form A01 – A08, B01 - B013, C01 - C25, D01 - D09, E01 - E29, F01 – F77 in den nachfolgenden Tabellen vorzufinden. Insgesamt wurden 347 Datensätze aus den empirischen Daten für die Auswertung nicht verwendet bzw. abgelehnt.

Wie schon im Kapitel 4.7.1. Literaturdaten erwähnt, soll mithilfe der Literaturdaten eine Veränderung bzw. eine Entwicklung einer Rasse im Laufe der Zeit dargestellt werden. Aus diesem Grund sind nur jene Literaturdaten für die Auswertung verwendet worden, bei welchen die behandelten Rassen mit jenen aus den empirischen Daten übereinstimmen. Deshalb wurden nur drei Datensätze aus den Literaturdaten für die Darstellung der Endergebnisse herangezogen. In den nachfolgenden Tabellen sind diese mit der Bezeichnung L01 – L03 versehen.

Die Tabelle 9 zeigt eine Übersicht der empirischen Daten. Die erste Spalte stellt die anonymisierte Tierbezeichnung dar. Die Tiere wurden aufgrund des Alters und des Geschlechts in Kuh, Stier, Ochse und männliches/weibliches Jungvieh unterteilt. Die Datensätze decken sechs unterschiedliche Rassen (Fleckvieh, Braunvieh, Murbodner, Aberdeen Angus, Holstein und Wagyu) ab. Diese sind bereits im vorigen Kapitel 3. Hintergrund zu den Daten: Untersuchte Rassen näher erläutert worden. Mit den beiden Kategorien Haltung und Fütterung wurden weitere Untergliederungen vorgenommen, welche auf den Bedingungen der jeweiligen Quelle basieren. Die Spalte n zeigt die Anzahl der Datenpunkte. Die nachfolgende Tabelle gibt auch einen Überblick über die Zeit und das Gewicht zu Beginn und am Ende der Wiegeperiode. Die Zeit wird in Tagen ausgedrückt und das Gewicht in Kilogramm dargestellt.

Tabelle 9: Übersicht aller Daten aus empirischen Quellen

Tier Nr.	Kategorie	Rasse	n	Zeit in d: t_min	Zeit in d: t_max	Gewicht kg: x_min	Gewicht kg: x_max	Haltung	Futter
A01	Kuh	Aberdeen Angus	53	0	2585	37	1175	Sommer: Alm (2000-2300m, Weide, weibliche Tiere) Winter: Laufstall mit Tiefstreu-Liegeboxen	Grassilage, Heu, Kraftfutter
A02			52	29	846	80	680		
A03	Stier		24	0	355	51	487		
A04			66	0	862	46	960		
A05			36	0	304	47	538		
A06			70	0	1475	47	1426		
A07			27	0	309	42	463		
A08			26	0	326	40	506		
B01	Ochse	Wagyu	11	851	1135	564	892	bis zu 24 Monate auf der Weide, letzten 12 Monate im Mastprogramm in Offenställe auf Stroh	Weide, Heu, Getreide, Biertreber, Zuckerrübenschnitzel, Leinsamen, Olivenfutter
B02			11	813	1097	530	822		
B03			11	813	1097	542	822		
B04			11	812	1096	427	770		
B05			11	801	1085	431	714		
B06			8	929	1129	654	938		
B07			8	928	1128	550	792		
B08			8	907	1107	618	932		
B09			8	896	1096	556	792		
B10			8	894	1094	487	788		
B11			11	882	1166	540	886		
B12			11	880	1164	560	864		
B13			11	855	1139	468	750		
C01	Jungvieh, weiblich	Murbodner	12	1	263	34	299	Laufstall mit Auslauf (ev. Nachweide im Herbst)	Grassilage, Heu/Grummet, Mischung aus Trockenschnitte + Roggenkleie + Mineralstoff
C02			26	1	365	52	407		
C03			10	1	249	52	345		
C04			28	1	365	44	406		
C05			19	1	365	42	434		
C06			22	1	210	54	382		
C07			25	1	356	33	345		
C08			23	1	379	51	470		
C09			14	1	365	43	376		
C10	Kuh		14	1	541	43	550		
C11			25	1	1233	45	677		
C12	Jungvieh, männlich		23	1	240	49	408		
C13			18	1	219	38	331		
C14			17	1	215	49	365		
C15			26	1	266	54	432		
C16			22	1	215	52	381		
C17			8	1	76	39	136		
C18			8	1	76	47	138		
C19			19	1	183	44	261		
C20	Stier		27	1	365	46	534		
C21			17	1	365	48	404		

Tier Nr	Kategorie	Rasse	n	Zeit in d: t_min	Zeit in d: t_max	Gewicht kg: x_min	Gewicht kg: x_max	Haltung	Futter
C22	Stier	Murbodner	35	1	375	49	535	s.o.	s.o.
C23			18	1	365	47	383		
C24			30	1	302	41	411		
C25			9	200	477	349	615		
D01		Fleckvieh	11	89	553	147	710	Laufstall	Maissilage, Heu, Grassilage, Kraftfutter
D02			11	45	515	78	717		
D03			11	68	498	106	697		
D04			10	52	563	89	672		
D05			8	82	422	142	570		
D06			9	106	477	166	665		
D07			8	69	436	126	692		
D08			8	75	446	109	539		
D09			8	138	460	213	750		
E01			7	224	565	183	554		
E02			8	161	567	165	696		
E03			9	144	606	160	683		
E04			5	210	448	326	691		
E05			7	187	530	210	712		
E06			8	177	576	155	645		
E07			9	187	647	195	658		
E08			8	147	582	119	670		
E09			7	197	576	198	657		
E10	Holstein aus NZ Zucht	7	167	508	182	593	ganzjährige Stallfütterung, 40% Kraftfutter in der Ration		
E11		7	198	548	187	467	ganzjährige Stallfütterung, 40% Kraftfutter in der Ration		
E12		6	198	499	242	572	TMR, 20% Kraftfutter in der Ration		
E13		10	105	621	140	609	TMR, 20% Kraftfutter in der Ration		
E14		8	176	596	180	570	TMR, 40% Kraftfutter in der Ration		
E15	7	140	483	149	561	TMR, 40% Kraftfutter in der Ration			
E16	Holstein aus AT Zucht	7	168	511	181	579	ganzjährige Stallfütterung, 20% Kraftfutter in der Ration		
E17		7	192	542	229	596	ganzjährige Stallfütterung, 20% Kraftfutter in der Ration		
E18		6	187	489	218	531	ganzjährige Stallfütterung, 40% Kraftfutter in der Ration		
E19		7	146	503	160	582	ganzjährige Stallfütterung, 40% Kraftfutter in der Ration		
E20		7	148	498	185	581	TMR, 20% Kraftfutter in der Ration		
E21		8	167	571	182	555	TMR, 40% Kraftfutter in der Ration		
E22		8	141	547	159	577	TMR, 40% Kraftfutter in der Ration		

Tier Nr	Kategorie	Rasse	n	Zeit in d: t_min	Zeit in d: t_max	Gewicht kg: x_min	Gewicht kg: x_max	Haltung	Futter
E23	Stier	Holstein Friesian	7	157	500	175	606	Laufstall	ganzjährige Stallfütterung, 20% Kraftfutter in der Ration
E24			6	167	461	239	642		ganzjährige Stallfütterung, 40% Kraftfutter in der Ration
E25			8	179	622	149	672		TMR, 20% Kraftfutter in der Ration
E26			8	165	606	175	656		
E27			9	117	577	150	634		
E28			8	229	635	212	639		TMR, 40% Kraftfutter in der Ration
E29			8	136	542	183	608		
F01	Kuh	Holstein-Schwarzbunt	8	431	682	417	589	Laufstall	Grassilage, Maissilage, Heu, Luzerne, Stroh, Kraftfutter (Körnermais, Soja- und Rapsextraktionsschrot, Salz, Harnstoff, Kalk), Mineralfuttermittelergänzung
F02			24	429	733	440	679		
F03			19	421	686	428	690		
F04			33	409	728	413	733		
F05			27	407	718	316	717		
F06			19	380	726	382	610		
F07			26	376	679	379	606		
F08			25	371	774	354	641		
F09			26	369	722	330	646		
F10			30	352	795	349	676		
F11			19	347	722	276	626		
F12			26	341	684	383	617		
F13			16	340	686	364	650		
F14			23	337	776	354	688		
F15			20	336	682	327	606		
F16			35	331	652	345	666		
F17			31	326	664	369	729		
F18			18	313	733	344	673		
F19			14	246	756	262	730		
F20			12	209	699	222	620		
F21			12	232	743	246	735		
F22			7	275	561	242	357		
F23			11	231	567	250	514		
F24			12	269	722	284	646		
F25	8	264	775	279	678				
F26	13	262	735	263	627				
F27	14	0	726	37	614				
F28	12	0	702	39	640				
F29	14	0	752	39	689				
F30	17	0	822	43	725				
F31	11	0	526	36	556				
F32	12	0	685	36	620				

Tier Nr	Kategorie	Rasse	n	Zeit in d: t_min	Zeit in d: t_max	Gewicht kg: x_min	Gewicht kg: x_max	Haltung	Futter
F33	Kuh	Holstein-Schwarzbunt	14	219	715	241	743	Laufstall	Grassilage, Maissilage, Heu, Luzerne, Stroh, Kraftfutter (Körnermais, Soja- und Rapsextraktionsschrot, Salz, Harnstoff, Kalk), Mineralfutterergänzung
F34			11	208	661	189	606		
F35			11	0	628	47	554		
F36			13	0	698	33	649		
F37			17	0	839	37	710		
F38			9	0	715	45	666		
F39			9	0	686	50	678		
F40			15	0	741	46	730		
F41			16	0	775	40	738		
F42			14	230	764	225	573		
F43			20	0	912	35	714		
F44			15	219	818	235	703		
F45			14	279	800	265	530		
F46			13	210	765	243	730		
F47			18	0	795	49	642		
F48			14	0	709	39	692		
F49			15	6	791	33	658		
F50			15	0	764	33	710		
F51			14	220	713	262	655		
F52			15	241	774	238	631		
F53			13	0	683	40	655		
F54			17	13	759	47	634		
F55			14	0	761	40	669		
F56			15	13	776	38	654		
F57			14	0	711	45	679		
F58			16	0	786	45	705		
F59			11	2	705	44	697		
F60			11	0	705	57	674		
F61			17	0	802	46	716		
F62			12	295	656	329	638		
F63			17	243	804	207	669		
F64			18	236	765	257	719		
F65			15	235	688	214	624		
F66			16	232	709	240	644		
F67			12	0	606	47	624		
F68			24	0	727	37	689		
F69			17	0	713	40	680		
F70			12	0	713	36	680		
F71			13	0	619	42	612		
F72			12	0	578	43	568		
F73			30	0	649	34	830		
F74			13	0	584	48,5	600		
F75			12	0	548	40	582		
F76			8	0	386	41,5	453		
F77	Braunvieh	31	314	751	297	748			

Tabelle 10 stellt die optimalen Parameter a , b , m_0 , p und q aller Tiere dar. Weiters ist die Abweichungsquadratsumme SSE des Bertalanffy-Pütter Modells, des Brody Modells und des linearen Modells angegeben. Die Ergebnisse basieren hier auf den empirischen Datenquellen.

Tabelle 10: Übersicht der optimalen Parameter für alle Tiere aus empirischen Datenquellen

Tier Nr	a	b	m_0	p	q	SSE_BP	SSE_Brody	SSE_lin
A01	0,41	0,53	29,0783	0,804168	0,345979	59185,83	62647,84	1268087
A02	0	1,04	70,63193	1,808965	0,00165	22029,65	22033,34	78131,18
A03	0,38	0,39	66,46568	0,181196	0,032051	1901,026	3657,589	3632,15
A04	0,69	0,86	36,64704	0,261041	0,082258	28690,95	44691,44	339952,1
A05	0,37	6,13	47,945	0,251199	3,48E-17	384,1792	3680,694	3609,67
A06	0,2	0,39	9,484131	2,175864	0,53941	70708,81	76480,82	781873,8
A07	0,36	16,59	44,0569	0,224034	1,57E-44	739,7988	3417,163	3378,666
A08	0,22	11,37	40,7435	0,460123	2,18E-31	950,2336	1901,753	1851,152
B01	0,01	0,13	571,9583	15,10104	6,369153	1200,885	1236,367	2102,878
B02	0,76	1,28	526,5117	0,045586	0,00129	1998,958	2003,989	3185,926
B03	1,7	9,59	534,5301	2,24E-05	1,84E-28	1165,241	1475,572	1755,178
B04	1,46	3,03	421,8653	0,000266	6,48E-09	1502,681	1651,64	2000,325
B05	1,5	3,93	432,7624	0,000167	1,7E-11	1213,653	1323,979	2235,27
B06	0,07	2,78	656,2816	1,208843	4,35E-09	251,1525	251,9169	389,6578
B07	0	0,17	555,3615	9,155883	2,636497	556,9964	563,9453	689,097
B08	0,59	0,6	620,4369	0,051923	0,019772	135,424	321,8531	237,4277
B09	1,52	4,68	552,3493	9,32E-05	3,58E-14	1065,881	1098,827	1079,289
B10	0	0,1	492,3872	9,702862	4,323261	417,3491	424,1085	516,2843
B11	0,01	0,32	540,0271	5,906419	0,620578	1179,323	1186,981	2085,742
B12	0,04	8,87	563,3511	0,904209	3,14E-27	305,0134	324,3216	471,1368
B13	1,39	2,9	464,6917	0,000345	1,27E-08	1174,568	1216,576	1494,233
C01	0,55	0,74	34,95852	0,394086	0,124054	72,29622	117,721	804,0278
C02	0	10,18	55,57423	1,298152	3,33E-27	270,6357	2290,298	8985,061
C03	0	1,86	54,43635	1,597995	1,73E-05	188,3592	198,8908	1244,155
C04	0	7,18	52,63839	1,373007	2,9E-19	1571,459	3190,384	16639,2
C05	0,05	2,66	42,52003	1,148574	1,06E-07	273,0565	551,1936	5727,922
C06	0	0,01	58,46293	38,19393	34,73284	119,1064	157,5105	615,7764
C07	0	6,7	36,7009	1,066187	8,45E-18	226,5842	611,7662	3137,937
C08	0,63	1,57	52,7022	0,092193	0,000261	447,8247	1796,526	9562,842
C09	0,18	6,51	46,06991	0,559377	2,75E-17	45,03042	2195,78	11290,26
C10	0,01	0,17	43,10379	3,492058	1,039767	1436,971	1494,373	4843,312
C11	0,32	0,58	40,53849	0,881215	0,16054	2172,852	2282,204	86417,41
C12	0,17	3,86	52,13769	0,668988	6,54E-11	350,2961	512,1405	549,9642
C13	0,1	0,11	41,35473	0,850848	0,072161	226,2871	307,2825	293,3583
C14	0,4	1,37	52,00191	0,279656	0,000538	83,19683	149,8459	163,863
C15	0,16	14,23	55,3137	0,65907	3,74E-38	126,0273	717,9541	712,4102
C16	0	1,02	54,65907	1,824615	0,001067	298,4093	299,1863	545,4512
C17	0	0,01	40,5419	19,27082	17,22374	14,74468	15,28175	19,48019
C18	0	0,04	49,54579	11,59222	8,700417	24,53009	26,56426	39,40624
C19	0,55	4,61	45,63456	0,117477	1,7E-11	41,35924	954,529	1824,725
C20	0	8,06	49,63615	1,868179	1,82E-22	674,4751	5753,101	21849,44

C21	0,55	0,81	47,24128	0,366102	0,074046	106,1929	325,7217	7103,909
C22	0,66	0,84	49,05991	0,294282	0,092977	7680,798	8595,328	24665,62
C23	0,73	0,97	50,2287	0,167278	0,039273	250,3706	754,0288	8249,734
C24	0	0,83	44,00057	1,886702	0,007264	558,5956	559,7448	3493,792
C25	0	0,06	356,157	9,943225	6,238201	436,3222	450,4086	525,8696
D01	1,13	1,53	151,486	0,003628	0,000194	934,878	6170,369	6117,51
D02	0,89	1,11	77,92725	0,042104	0,009201	284,9599	1561,231	1525,628
D03	0,21	0,22	106,6213	0,676616	0,261157	456,5508	1337,203	1283,32
D04	0,75	0,95	83,42144	0,098594	0,025448	1617,84	2188,899	3913,275
D05	0	27,24	146,4953	1,383308	1,08E-75	75,05697	151,7002	1100,836
D06	0,39	3,33	169,1463	0,143911	1,89E-10	140,8553	503,2394	441,5933
D07	0,61	7,57	127,6172	0,051757	7,46E-22	51,29074	2446,304	2410,629
D08	1,29	1,63	105,8819	0,003649	0,000398	161,7887	1041,62	1020,739
D09	0,57	3,53	215,4476	0,065523	1,18E-10	155,7077	479,2578	478,8197
E01	0	4,94	184,8783	1,229564	1,4E-14	39,49882	67,10843	491,9788
E02	1,25	1,26	160,6161	0,075179	0,070056	211,5171	1570,95	1529,61
E03	0,84	0,85	154,1865	0,993753	0,928195	554,7291	760,2168	2250,203
E04	1,08	21,06	327,3989	0,002074	2,74E-60	28,99292	521,7778	473,6233
E05	1,44	2,17	208,5985	0,000619	4,23E-06	138,4289	1468,448	1416,366
E06	1,47	3	151,0903	0,000373	1,42E-08	69,38957	5072,162	5041,345
E07	0,49	0,75	191,4523	0,282412	0,046964	405,429	427,007	2166,964
E08	0,19	0,39	116,397	1,849305	0,436283	1135,143	1149,477	3816,052
E09	0	0,22	200,7761	2,251137	0,280595	98,537	113,7005	257,3426
E10	0,63	0,89	179,3368	0,0899	0,012926	117,6681	208,7765	178,8253
E11	0	8,2	188,7994	1,218978	1,4E-22	176,9908	606,7361	4593,57
E12	1,02	18,84	243,6849	0,002588	6,52E-53	89,57463	1021,471	987,5639
E13	0,19	0,2	137,8477	0,36478	0,063623	648,1329	970,8113	933,7956
E14	0,33	0,59	179,9256	0,35407	0,047873	453,1095	455,8706	487,0199
E15	0,94	1,26	146,4977	0,025819	0,003123	190,1285	340,562	654,1821
E16	0,8	1,26	180,345	0,033949	0,001514	21,28284	71,46487	177,4438
E17	1,29	1,8	227,73	0,001535	4,9E-05	39,84104	212,6865	170,7967
E18	0	1,72	218,899	1,620068	1,95E-05	121,4008	123,3791	945,5431
E19	0	0,34	159,0685	2,659905	0,198698	165,5064	173,0794	859,1359
E20	0,16	0,42	184,0734	1,61573	0,249244	42,94716	43,91169	815,4613
E21	1,19	48,28	180,196	0,000974	5,3E-133	178,387	3494,836	3469,421
E22	0,6	0,93	157,7156	0,155793	0,017473	27,81135	78,2175	2033,36
E23	0,18	0,19	177,0884	0,573496	0,138473	538,2565	704,637	659,0446
E24	0,83	1,26	238,5627	0,02646	0,001267	29,667	78,57029	49,2
E25	0	0,01	156,7497	16,98396	14,93065	777,0399	844,5342	946,5719
E26	0,2	0,44	169,6562	1,021921	0,164531	2549,368	2554,67	3059,507
E27	0,98	1,2	148,0239	0,011385	0,002171	121,8628	2282,504	2246,308
E28	0,37	0,64	209,841	0,326281	0,041591	138,1533	141,2421	194,14
E29	0,56	0,8	179,7825	0,19328	0,03683	189,6851	210,4237	815,4682
F01	1,4	4,22	416,0224	0,000154	9,66E-13	95,00848	135,7048	114,4375
F02	1,47886	6,9541	436,798	7,83E-05	7,96E-21	1761,32	2143,886	2034,6
F03	1,39	2,58	414,0955	0,00018	1,21E-08	1345,722	2962,03	2861,797
F04	1,19	2,6	436,166	0,000535	8,68E-09	86325,41	87578,64	87380,36
F05	1,44	2,85	387,539	0,000127	5,95E-10	85404,63	98327,11	98044,48

F06	1,56	9,78	361,1925	4,72E-05	7,06E-29	2469,502	5085,996	4961,076
F07	1,39	3,25	367,3918	0,000165	2,03E-10	1918,246	2807,19	2684,88
F08	1,34	1,92	362,2688	0,000233	1,76E-06	2773,889	3887,173	3750,471
F09	1,48	2,56	358,4641	9,78E-05	1,87E-08	5518,091	7514,865	7304,452
F10	0,02	0,03	361,8069	0,730049	0,117769	3263,208	3311,115	3263,448
F11	1,46	3,32	324,3474	0,000178	7,62E-10	7756,42	7937,582	7873,881
F12	1,77	15,6	375,0489	1,36E-05	3,11E-44	2613,494	3128,398	3040,315
F13	1,48	3,5	355,381	9,92E-05	3,43E-11	2139,822	4667,674	4552,215
F14	0,82	1,49	359,5481	0,005598	1,8E-05	1941,895	2725,644	2603,192
F15	1,28	2,04	325,2937	0,000364	4,3E-07	688,0093	2669,742	2551,858
F16	1,34	1,85	358,7813	0,000791	2,35E-05	3280,5	3359,756	3313,936
F17	1,27	4,68	372,9607	0,000375	2,2E-14	12713,1	13582,22	13455,15
F18	1,01	3,62	351,0043	0,00157	1,42E-11	956,7178	1704,77	1611,431
F19	0,3	0,31	281,115	0,143753	0,007985	1988,756	2468,026	2363,069
F20	0,35	0,37	244,1604	0,095658	0,006955	5285,487	5504,454	5447,538
F21	0,53	0,54	255,4947	0,063393	0,025828	1358,78	2918,533	2848,383
F22	0,01	0,13	251,4583	7,05675	3,370235	439,7946	446,8443	530,1659
F23	0	0,18	250,5243	4,637064	1,334006	916,6613	937,9579	1396,14
F24	0,33	0,34	310,1856	0,192498	0,088799	2181	2366,027	2311,991
F25	0,93	16,53	279,784	0,002729	6,38E-48	145,0211	1828,976	1770,497
F26	1,33	1,81	296,7024	0,000248	2,12E-06	4315,701	6102,674	6047,078
F27	0	0,01	42,07603	18,95853	17,18553	2474,058	2851,57	4286,204
F28	0	0,01	43,6399	12,01935	10,58241	3089,238	3297,588	3676,818
F29	0,03	0,04	46,80325	0,925709	0,186023	3442,715	3547,153	3481,459
F30	0,32	0,48	42,41558	0,434203	0,118201	2370,615	2469,072	2448,95
F31	0,5	0,77	35,86019	0,244905	0,039108	560,0228	617,1448	2022,935
F32	0	0,01	37,99697	5,671406	4,578766	1518,234	1567,922	1632,739
F33	0,33	0,34	264,623	0,184797	0,056958	1793,707	2476,699	2361,971
F34	0,02	0,03	211,3552	20,56198	18,66098	4394,592	4500,592	4566,604
F35	0	0,01	49,17899	4,092762	3,134963	2096,94	2128,227	2130,466
F36	0,17	0,18	34,6305	0,347281	0,00749	2207,939	3884,422	3852,684
F37	0,11	9,93	44,35702	0,453445	3,23E-29	6956,902	8198,124	8285,004
F38	0,16	0,17	45,15785	0,40292	0,044887	396,5397	1280,906	1240,951
F39	0,01	0,02	50,19358	10,46106	9,061566	285,4026	293,3052	549,4267
F40	0	0,01	50,23196	8,829206	7,461	1733,818	1847,829	2179,36
F41	0,01	0,02	45,27041	18,5599	16,69456	3632,421	4042,051	5744,453
F42	0,01	0,17	230,8266	5,8627	2,000317	1698,911	1813,336	4676,366
F43	0	1,88	37,51965	0,860459	1,35E-06	3652,439	3705,692	6084,055
F44	0	0,01	255,543	2,188092	1,346292	2179,735	2218,515	2182,512
F45	1,72	7,92	258,8605	2,83E-05	3,43E-22	239,7542	1388,991	1673,466
F46	0,76	0,77	287,644	0,020141	0,012161	16081,84	17850,94	17698,27
F47	0	1,21	49,61429	1,091982	0,000237	2476,775	2481,159	8626,775
F48	0,08	0,28	37,35949	2,241684	0,510966	55162,03	55240,89	63701,12
F49	0	0,01	37,51049	17,91841	16,16059	2789,002	2929,257	4889,775
F50	0	0,01	40,52835	9,409534	8,097798	3376,053	3653,059	3861,656
F51	0,01	0,07	266,3619	7,178915	4,479826	1339,319	1398,888	1914,632
F52	0	0,29	242,3919	2,159535	0,242481	716,4431	720,6043	1598,831
F53	0	0,01	42,35771	15,98923	14,2227	4059,297	4156,934	5234,227

F54	0,01	0,02	50,54352	33,62968	31,04932	2896,979	3312,017	8401,745
F55	0,28	0,48	39,87182	0,707321	0,168668	2057,808	2084,216	6294,444
F56	0	0,01	40,14141	32,16567	29,61495	756,7131	1039,55	6045,022
F57	0	9,65	47,52751	0,917675	2,08E-28	1321,891	1553,947	2084,869
F58	0,01	0,02	48,00042	13,51576	12,01589	1138,122	1346,346	2145,156
F59	0	0,01	45,02321	16,56432	14,77716	713,2753	760,9892	1574,25
F60	0	0,01	62,17991	18,10742	16,28153	1843,907	2092,326	3107,328
F61	0	10,35	90,51132	0,972174	1,24E-29	90557,58	95476,07	138260,6
F62	1,28	4,87	348,693	0,000286	1,21E-15	2588,44	134655,3	4192,133
F63	0,35	14,32	210,8394	0,102137	1,74E-41	968,4936	1533,686	1414,423
F64	1,08	13,36	269,5907	0,00128	8,69E-39	1665,033	4943,62	4773,974
F65	0,23	0,24	228,4538	0,389985	0,158542	1072,492	1333,782	1262,069
F66	0,29	0,3	250,52	0,202788	0,05201	3976,665	4404,62	4301,97
F67	0	0,01	47,1391	46,80014	43,27664	2152,375	2456,399	7694,628
F68	0	0,01	38,11559	10,1606	8,772753	32987,89	33318,15	33714,36
F69	0,38	0,57	38,69424	0,679295	0,188228	6301,59	6362,097	21839,79
F70	0	0,01	41,88558	28,0652	25,68415	4703,7	5416,205	7743,174
F71	0,81	1,01	40,49653	0,068269	0,018243	1579,182	2481,661	5004,642
F72	0	2,24	43,12989	1,210392	4,9E-07	1182,878	1254,515	7350,31
F73	0	0,01	36,93183	21,92958	19,79166	161550,4	162117,7	164017,3
F74	0	0,01	54,24155	11,62363	10,13449	2207,076	2362,283	2526,396
F75	0,02	0,03	41,27506	0,955915	0,081028	501,4623	552,6339	513,0007
F76	0,13	0,14	45,49864	0,560601	0,041083	773,7877	912,9062	895,8972
F77	0	0,02	310,4795	6,624752	5,028092	9209,439	9244,253	9278,88

Eine Übersicht der optimalen Parameter a , b , m_0 , p , q und der Abweichungsquadratsumme SSE liefert die nachfolgende Tabelle. Diese Werte beziehen sich auf Literaturdaten. Die Datensätze L01 und L03 beschreiben Angusrinder. Der Datensatz L02 bezieht sich auf die Holsteinrasse.

Tabelle 11: Übersicht der optimalen Parameter der Literaturdaten

Tier Nr.	a	b	m_0	p	q	SSE
L01	0	0,79	27,5248579	1,02218732	0,00804424	325,74031
L02	0,42	0,69	37,1662392	15,5719244	2,21786912	49644,8417
L03	0	0,19	38,3788103	2,57637198	0,78970003	311,504681

Tabelle 12 zeigt eine Zusammenfassung der aus den optimalen Parametern berechneten Werten. Es sind auch die Gütemaße AIC , $AICc$ und BIC angegeben. Die Datensätze beinhalten alle Tiere der empirischen Datenquellen.

Tabelle 12: Aus den optimalen Parametern berechnete Werte und Gütemaße für alle Tiere aus empirischen Datenquellen

Tier Nr	m_infl	m_max	m_infl/mmax	R-squared	AIC_opt	AIC_brody	AIC_lin	AIC_c_opt	AIC_c_brody	AIC_c_lin	BIC_opt	BIC_brody	BIC_lin
A01	132,8537	1128,428	0,117733	0,990656	383,9617	382,9746	540,3846	385,7878	383,8079	540,8744	395,7835	390,8558	546,2955
A02	0	837,4518	0	0,987212	326,5428	322,5516	386,3748	328,4095	323,4026	386,8748	338,2503	330,3565	392,2286
A03	1,27E+74	1,7E+75	0,074456	0,988148	116,9303	128,6361	126,4686	121,8715	130,7414	127,6686	123,9986	133,3483	130,0028
A04	244,0882	891,6413	0,273752	0,990349	412,929	438,1802	570,0957	414,3528	438,836	570,4828	426,067	446,9389	576,6647
A05	348,0394	566,6374	0,614219	0,999416	97,23324	174,5842	171,8827	100,1298	175,8745	172,6327	106,7344	180,9182	176,6332
A06	45,8632	1541,567	0,029751	0,991543	496,2481	497,741	658,4667	497,5814	498,3564	658,8304	509,7391	506,735	665,2122
A07	360,0445	455,8839	0,789772	0,997392	101,3846	138,6997	136,3938	105,5846	140,5179	137,4373	109,1596	143,883	140,2813
A08	368,1373	524,4118	0,702	0,997085	105,5639	119,6033	116,9021	109,9849	121,5081	117,9931	113,1125	124,6357	120,6764
B01	6,94E-07	1331,609	5,21E-10	0,989171	63,62211	59,94241	63,78483	84,62211	66,60908	67,21341	66,00948	61,53399	64,97852
B02	348,5638	949,8608	0,366963	0,978431	69,22735	65,255	68,35463	90,22735	71,92166	71,7832	71,61472	66,84658	69,54832
B03	677,0845	843,0891	0,8031	0,988562	63,29067	61,88796	61,79673	84,29067	68,55463	65,22531	65,67804	63,47954	62,99042
B04	545,233	868,0608	0,628105	0,989377	66,08822	63,12791	63,23487	87,08822	69,79458	66,66344	68,47559	64,7195	64,42855
B05	508,1345	755,2994	0,672759	0,986834	63,73844	60,69551	64,45644	84,73844	67,36218	67,88501	66,12582	62,2871	65,65013
B06	335,5743	1305,588	0,257029	0,996399	39,57295	35,59726	37,08662	123,573	48,9306	43,08662	40,0496	35,91503	37,32494
B07	0	1515,058	0	0,988577	45,94494	42,04413	41,64752	129,9449	55,37746	47,64752	46,42159	42,36189	41,88585
B08	1,59E+41	8,52E+41	0,186241	0,998413	34,63175	37,55723	33,12337	118,6318	50,89056	39,12337	35,1084	37,875	33,3617
B09	668,1955	953,8086	0,700555	0,97956	51,13692	47,38046	45,23693	135,1369	60,71379	51,23693	51,61357	47,69823	45,47526

B10	0	3242,528	0	0,994421	43,63585	39,76438	39,33773	127,6359	53,09772	45,33773	44,1125	40,08215	39,57605
B11	0,020009	1433,973	1,4E-05	0,991126	63,42281	59,49401	63,69483	84,42281	66,16068	67,12341	65,81018	61,08559	64,88852
B12	538,1062	992,0595	0,542413	0,997133	48,54707	45,22225	47,32978	69,54707	51,88891	50,75836	50,93444	46,81383	48,52347
B13	530,7807	863,8278	0,614452	0,98729	63,37836	59,7649	60,0262	84,37836	66,43157	63,45477	65,76573	61,35648	61,21989
C01	91,99059	438,5322	0,209769	0,999276	33,55038	35,40093	56,45673	50,35038	41,11522	59,45673	36,45982	37,34056	57,91145
C02	0	409,2962	0	0,999057	72,9096	124,4369	157,9758	77,33065	126,3416	159,0667	80,45818	129,4692	161,7501
C03	0	467,2382	0	0,997915	41,35766	37,90171	54,23627	69,35766	45,90171	58,23627	43,17317	39,11205	55,14402
C04	0	399,1053	0	0,994569	124,7715	140,5994	184,8447	128,7715	142,3385	185,8447	132,7648	145,9282	188,8414
C05	108,1304	495,6976	0,218138	0,998618	62,63955	71,9853	114,4647	69,63955	74,84244	116,0647	68,30619	75,76305	117,298
C06	0	13347,38	0	0,999369	49,15745	51,3059	79,30051	54,75745	53,65884	80,63385	55,7037	55,67007	82,57364
C07	0	356,7787	0	0,9989	67,10602	87,93686	126,8111	71,77268	89,93686	127,954	74,41927	92,81236	130,4678
C08	194,3073	513,2872	0,378555	0,998122	80,28488	108,2367	144,6934	85,53488	110,4589	145,9565	87,09784	112,7786	148,0998
C09	213,9429	377,1171	0,567312	0,99969	28,35593	78,7733	99,69693	40,35593	83,21774	102,0969	32,19028	81,32952	101,6141
C10	3,96E-05	1942,716	2,04E-08	0,995641	76,83729	73,38566	87,84815	88,83729	77,83011	90,24815	80,67164	75,94189	89,76533
C11	70,93291	698,5938	0,101537	0,993886	123,623	120,8505	209,7017	128,2897	122,8505	210,8446	130,9363	125,726	213,3583
C12	221,3974	516,0476	0,429025	0,998692	74,63554	79,37141	79,01026	79,88554	81,59363	80,27341	81,44851	83,91339	82,41674
C13	1E+103	1,4E+107	7,26E-05	0,998298	57,56579	59,07312	56,23841	65,20215	62,15005	57,9527	62,90802	62,63461	58,90953
C14	177,3883	631,1337	0,281063	0,999455	38,99593	44,9987	44,5189	47,39593	48,33203	46,36505	43,99521	48,33155	47,01854
C15	322,6138	443,8238	0,726896	0,999548	53,03845	94,27604	92,07449	57,4595	96,1808	93,1654	60,58703	99,30842	95,84878

C16	0	1477,831	0	0,99846	69,36332	65,42053	76,63256	74,96332	67,77347	77,96589	75,90957	69,7847	79,90569
C17	0	75384,86	0	0,99813	16,89153	13,17774	13,11965	100,8915	26,51108	19,11965	17,36818	13,49551	13,35798
C18	0	1305,165	0	0,996274	20,96367	17,601	18,75586	104,9637	30,93433	24,75586	21,44032	17,91877	18,99419
C19	157,0318	265,1006	0,592348	0,999541	26,77928	82,4188	92,73016	33,77928	85,27594	94,33016	32,44591	86,19656	95,56348
C20	0	538,3578	0	0,998832	98,88864	152,7647	186,7945	103,0886	154,5829	187,838	106,6637	157,9481	190,682
C21	105,4339	467,3096	0,225619	0,999253	43,14475	58,19811	108,5982	51,54475	61,53145	110,4443	48,14403	61,53097	111,0978
C22	157,7876	602,4707	0,261901	0,985875	200,6896	200,6269	235,5236	203,6896	201,9602	236,2978	210,0217	206,8483	240,1897
C23	128,2028	419,0518	0,305935	0,998211	59,38627	75,23106	116,2962	67,02263	78,30798	118,0104	64,7285	78,79255	118,9673
C24	0	811,0551	0	0,998234	99,72685	95,78851	148,7264	103,379	97,38851	149,6494	108,134	101,3933	152,93
C25	0	2368,455	0	0,991771	46,93041	43,21637	42,61046	88,93041	53,21637	47,41046	48,11375	44,00527	43,20213
D01	710,1556	1514,907	0,468778	0,997432	60,86773	77,6258	75,53117	81,86773	84,29247	78,95974	63,2551	79,21739	76,72485
D02	368,3491	1005,353	0,366388	0,999412	47,79899	62,50868	60,25493	68,79899	69,17535	63,6835	50,18636	64,10026	61,44862
D03	2,11E+39	2,21E+41	0,009542	0,998904	52,98385	60,80484	58,35241	73,98385	67,4715	61,78099	55,37122	62,39642	59,5461
D04	267,7125	872,9319	0,306682	0,995018	62,86262	61,88569	65,69545	90,86262	69,88569	69,69545	64,67813	63,09603	66,6032
D05	0	571,8718	0	0,999554	29,91045	31,53972	45,39507	113,9104	44,87305	51,39507	30,3871	31,85749	45,63339
D06	505,942	1049,292	0,482174	0,999481	36,75458	44,21457	41,03848	78,75458	54,21457	45,83848	37,93792	45,00347	41,63016
D07	493,8846	709,2115	0,696385	0,999856	26,86455	53,78314	51,66561	110,8645	67,11647	57,66561	27,3412	54,1009	51,90394
D08	340,6713	677,8801	0,502554	0,999192	36,05479	46,95273	44,79072	120,0548	60,28606	50,79072	36,53144	47,2705	45,02905
D09	485,9173	899,6967	0,54009	0,999534	35,74831	40,74238	38,73506	119,7483	54,07571	44,73506	36,22496	41,06014	38,97338

E01	0	664,6542	0	0,999633	24,11252	23,8228	35,76768	Infinity	43,8228	43,76768	23,78799	23,60644	35,60541
E02	523,6629	1161,729	0,450761	0,999155	38,19892	50,23996	48,02661	122,1989	63,57329	54,02661	38,67557	50,55772	48,26494
E03	281,8166	920,3023	0,306222	0,997953	49,0913	47,92741	55,69396	91,0913	57,92741	60,49396	50,27465	48,71631	56,28563
E04	605,6898	702,7754	0,861854	0,999657	20,78807	31,23902	28,75487	Infinity	Infinity	52,75487	18,4447	29,67677	27,58319
E05	527,2637	924,6911	0,570205	0,999332	32,89112	45,42236	43,16958	Infinity	65,42236	51,16958	32,56659	45,206	43,00731
E06	484,6654	772,5528	0,627356	0,999696	29,28236	59,61665	57,56789	113,2824	72,94998	63,56789	29,75901	59,93441	57,80622
E07	193,0048	992,1745	0,194527	0,9981	46,26949	42,73618	55,35472	88,26949	52,73618	60,15472	47,45284	43,52508	55,94639
E08	37,55322	1368,366	0,027444	0,995371	51,64058	47,74096	55,34024	135,6406	61,0743	61,34024	52,11723	48,05873	55,57857
E09	0	12898,87	0	0,999363	30,51165	27,51361	31,23149	Infinity	47,51361	39,23149	30,18711	27,29725	31,06922
E10	459,6824	1736,086	0,264781	0,999121	31,75371	31,76748	28,6835	Infinity	51,76748	36,6835	31,42917	31,55112	28,52123
E11	0	473,62	0	0,997408	34,61131	39,23529	51,40552	Infinity	59,23529	59,40552	34,28677	39,01893	51,24325
E12	515,5116	607,1685	0,849042	0,998799	28,21988	38,82344	36,62089	Infinity	78,82344	48,62089	26,97043	37,99047	35,99617
E13	4,11E+73	6,95E+75	0,005921	0,997059	53,71511	53,75547	51,36672	81,71511	61,75547	55,36672	55,53062	54,96581	52,27448
E14	235,3714	2199,301	0,107021	0,996447	44,29354	40,34214	38,87091	128,2935	53,67547	44,87091	44,77019	40,65991	39,10923
E15	294,606	735,9953	0,400282	0,998606	35,11253	35,19281	37,76233	Infinity	55,19281	45,76233	34,78799	34,97645	37,60006
E16	321,6056	863,3649	0,372503	0,999829	19,78394	24,26307	28,62921	Infinity	44,26307	36,62921	19,4594	24,04671	28,46694
E17	446,9061	858,8317	0,520365	0,999624	24,17291	31,89736	28,36195	Infinity	51,89736	36,36195	23,84837	31,68101	28,19968
E18	0	724,5701	0	0,998171	30,04403	26,14102	36,36	Infinity	66,14102	48,36	28,79458	25,30805	35,73528
E19	0	2059,403	0	0,998731	34,1417	30,45488	39,67012	Infinity	50,45488	47,67012	33,81716	30,23852	39,50785

E20	32,36348	1324,619	0,024432	0,99964	24,69842	20,85389	39,30491	Infinity	40,85389	47,30491	24,37388	20,63753	39,14264
E21	513,933	555,9792	0,924374	0,998588	36,83611	56,6368	54,57841	120,8361	69,97013	60,57841	37,31276	56,95457	54,81674
E22	200,7087	757,4064	0,264995	0,999822	21,96802	26,24042	50,30403	105,968	39,57375	56,30403	22,44467	26,55818	50,54235
E23	2,34E+59	5,21E+61	0,004486	0,996179	42,39698	40,28241	37,81417	Infinity	60,28241	45,81417	42,07244	40,06605	37,6519
E24	444,2439	1172,821	0,378782	0,999735	21,58965	23,4334	18,6248	Infinity	63,4334	30,6248	20,34021	22,60044	18,00008
E25	0	394462,7	0	0,996505	48,6084	45,27475	44,18724	132,6084	58,60808	50,18724	49,08505	45,59252	44,42557
E26	75,52857	2017,774	0,037432	0,987275	58,11327	54,12989	53,57254	142,1133	67,46323	59,57254	58,58992	54,44766	53,81086
E27	743,696	1867,204	0,398294	0,999466	35,45104	57,82223	55,67837	77,45104	67,82223	60,47837	36,63439	58,61113	56,27004
E28	270,3429	2057,386	0,131401	0,999119	34,79138	30,96827	31,5131	118,7914	44,30161	37,5131	35,26803	31,28604	31,75143
E29	226,2091	999,8502	0,226243	0,9988	37,32739	34,15745	42,99457	121,3274	47,49079	48,99457	37,80404	34,47522	43,23289
F01	548,3813	810,9726	0,676202	0,996842	31,7962	30,64833	27,2847	115,7962	43,98166	33,2847	32,27285	30,96609	27,52302
F02	628,2786	833,5736	0,753717	0,986242	115,0984	115,8157	112,56	120,0395	117,921	113,76	122,1667	120,5279	116,0942
F03	1906,874	3206,568	0,594678	0,99033	92,9447	103,9346	101,2806	99,9447	106,7918	102,8806	98,61133	107,7124	104,1139
F04	1432,752	2494,014	0,574476	0,648311	271,6893	268,1649	266,0901	274,92	269,5935	266,9177	280,6683	274,1509	270,5796
F05	3701,922	6007,564	0,61621	0,741202	229,6016	229,4059	227,3282	233,8016	231,2241	228,3716	237,3766	234,5892	231,2157
F06	632,9924	791,3766	0,799862	0,980506	104,4793	114,2063	111,7338	111,4793	117,0635	113,3338	110,146	117,9841	114,5672
F07	952,5961	1503,922	0,633408	0,982784	123,8278	129,7279	126,5697	128,2489	131,6327	127,6606	131,3764	134,7603	130,344
F08	2434,961	4526,85	0,537893	0,986644	129,7282	134,164	131,269	134,3949	136,164	132,4119	137,0415	139,0395	134,9257
F09	1670,071	2773,865	0,602074	0,972526	151,3	155,3301	152,5917	155,721	157,2348	153,6826	158,8485	160,3625	156,366

F10	4,2E+61	1,71E+79	2,46E-18	0,988013	152,6781	149,1153	146,6803	156,3302	150,7153	147,6033	161,0852	154,7201	150,8839
F11	494,4134	768,9716	0,642954	0,962814	126,2249	122,6636	120,5105	133,2249	125,5207	122,1105	131,8915	126,4413	123,3438
F12	531,5868	622,1783	0,854396	0,98121	131,869	132,5447	129,8021	136,2901	134,4494	130,893	139,4176	137,5771	133,5764
F13	1032,456	1580,972	0,653051	0,988547	90,33423	98,81324	96,41249	99,66756	102,4496	98,41249	94,96976	101,9036	98,73025
F14	2147,368	5236,359	0,410088	0,993008	114,0263	117,8242	114,767	119,2763	120,0464	116,0301	120,8392	122,3662	118,1735
F15	3850,041	7108,987	0,541574	0,996204	82,7614	105,8801	102,9769	89,22294	108,5468	104,4769	88,73579	109,863	105,9641
F16	523,8374	985,9105	0,531323	0,985238	170,9141	167,7496	165,269	173,9141	169,083	166,0432	180,2462	173,971	169,9351
F17	683,182	1001,494	0,682163	0,952224	198,5084	196,5584	194,267	202,0084	198,0969	195,1559	207,1124	202,2944	198,569
F18	739,5767	1206,124	0,613184	0,995513	83,51646	89,91464	86,90112	91,15282	92,99157	88,6154	88,85869	93,47613	89,57223
F19	1,3E+124	3,4E+125	0,037667	0,992605	81,3869	80,40963	77,80123	93,3869	84,85407	80,20123	85,22124	82,96586	79,7184
F20	5,19E+55	8,36E+56	0,062132	0,955215	85,05376	81,54088	79,41615	101,8538	87,25516	82,41615	87,9632	83,4805	80,87087
F21	1,53E+38	9,9E+38	0,154245	0,994537	68,75323	73,92716	71,6352	85,55323	79,64144	74,6352	71,66267	75,86678	73,08992
F22	2,46E-07	472,6481	5,21E-10	0,955843	40,98278	37,0941	36,29096	Infinity	57,0941	44,29096	40,65825	36,87774	36,12869
F23	0	1013,98	0	0,986447	60,65127	56,90391	59,27929	81,65127	63,57057	62,70786	63,03864	58,49549	60,47297
F24	2,02E+32	4E+33	0,050525	0,982695	74,43159	71,40873	69,13149	91,23159	77,12301	72,13149	77,34103	73,34836	70,58621
F25	603,7385	726,0451	0,831544	0,998888	35,1795	51,45656	49,19659	119,1795	64,78989	55,19659	35,65615	51,77433	49,43492
F26	10716,4	20363,61	0,526252	0,969412	87,46585	87,96993	85,85095	101,4659	92,96993	88,51762	90,85555	90,22973	87,5458
F27	0	18372,63	0	0,991227	84,4438	82,43195	86,13739	96,4438	86,87639	88,53739	88,27815	84,98818	88,05457
F28	0	338568,6	0	0,988539	78,60928	75,39248	74,69876	95,40928	81,10677	77,69876	81,51872	77,33211	76,15348

F29	1,57E+57	4,91E+69	3,21E-13	0,992272	89,06942	85,48781	83,22609	101,0694	89,93225	85,62609	92,90376	88,04404	85,14326
F30	269,8542	3401,727	0,079329	0,995816	95,94075	92,63253	90,49342	104,3408	95,96587	92,33957	100,94	95,96539	92,99306
F31	180,4463	893,0365	0,202059	0,997457	55,2309	52,29929	63,3585	76,2309	58,96596	66,78708	57,61828	53,89087	64,55219
F32	0	1,97E+09	0	0,993211	70,08475	66,4712	64,95729	86,88475	72,18549	67,95729	72,99419	68,41083	66,41201
F33	6,57E+49	1,3E+51	0,050525	0,994648	79,94175	80,45875	77,79472	91,94175	84,90319	80,19472	83,77609	83,01498	79,7119
F34	4,02E-14	16332,5	2,46E-18	0,972746	77,89258	74,15476	72,31493	98,89258	80,82142	75,7435	80,27995	75,74634	73,50861
F35	0	3,79E+11	0	0,988041	69,75373	65,91664	63,92821	90,75373	72,58331	67,35678	72,1411	67,50822	65,1219
F36	1,4E+164	4,2E+166	0,003293	0,994608	78,75325	82,09714	79,99049	92,75325	87,09714	82,65715	82,14295	84,35694	81,68533
F37	464,6584	734,9774	0,632208	0,987863	114,2427	113,0336	111,2128	122,6427	116,3669	113,059	119,242	116,3665	113,7125
F38	4,76E+92	2,04E+95	0,002329	0,998701	46,06996	52,62289	50,33768	88,06996	62,62289	55,13768	47,25331	53,41179	50,92935
F39	1,36E-24	1726879	7,89E-31	0,999083	43,11008	39,3559	43,00486	85,11008	49,3559	47,80486	44,29343	40,1448	43,59653
F40	0	20533480	0	0,996526	83,25047	80,20575	80,68104	93,75047	84,20575	82,86286	87,49877	83,03795	82,80519
F41	3,14E-26	39816,12	7,89E-31	0,993665	98,80105	96,5107	100,1344	108,1344	100,1471	102,1344	103,4366	99,60105	102,4522
F42	1,69E-05	829,3585	2,04E-08	0,989394	79,1816	76,09412	87,35707	91,1816	80,53857	89,75707	83,01594	78,65035	89,27424
F43	0	1222,297	0	0,994048	116,1484	112,4379	120,3539	122,6099	115,1045	121,8539	122,1228	116,4208	123,3411
F44	0	1,24E+21	0	0,99305	86,68362	82,94815	80,70272	97,18362	86,94815	82,88454	90,93193	85,78035	82,82687
F45	418,28	535,0993	0,781687	0,998134	51,76779	72,36185	72,97033	63,76779	76,8063	75,37033	55,60214	74,91808	74,8875
F46	2,2E+21	8,13E+21	0,270574	0,941656	104,5665	101,9232	99,81155	118,5665	106,9232	102,4782	107,9561	104,183	101,5064
F47	0	1067,321	0	0,99463	100,6381	96,66997	117,1006	108,2745	99,74689	118,8149	105,9804	100,2315	119,7717

F48	3,094368	1625,22	0,001904	0,876758	127,9056	123,9256	123,9206	139,9056	128,3701	126,3206	131,74	126,4818	125,8378
F49	0	30494,99	0	0,993563	90,38083	87,11681	92,80277	100,8808	91,11681	94,98459	94,62913	89,94901	94,92692
F50	0	3312188	0	0,992267	93,24619	90,42905	89,26202	103,7462	94,42905	91,44384	97,49449	93,26125	91,38617
F51	2,13E-11	2589,964	8,22E-15	0,993893	75,85203	72,46125	74,85513	87,85203	76,9057	77,25513	79,68638	75,01748	76,7723
F52	0	1882,65	0	0,997066	69,99373	66,0806	76,03467	80,49373	70,0806	78,21649	74,24203	68,9128	78,15882
F53	0	121489,6	0	0,989283	86,66961	82,97859	83,97433	100,6696	87,97859	86,64099	90,0593	85,23839	85,66918
F54	2,31E-27	2931,339	7,89E-31	0,992601	99,34958	97,62569	111,4507	107,7496	100,959	113,2968	104,3489	100,9585	113,9503
F55	87,59897	1296,926	0,067544	0,994499	81,86475	78,04327	91,51711	93,86475	82,48771	93,91711	85,69909	80,5995	93,43429
F56	0	3874,053	0	0,997873	70,81401	71,57739	95,9841	81,31401	75,57739	98,16592	75,06231	74,4096	98,10825
F57	0	732,4133	0	0,9968	75,66865	73,93295	76,04766	87,66865	78,37739	78,44766	79,503	76,48918	77,96483
F58	1,01E-25	128374,1	7,89E-31	0,997493	80,23273	78,92097	84,37406	89,56606	82,55733	86,37406	84,86826	82,01133	86,69183
F59	0	90841,5	0	0,998004	57,89169	54,60396	60,60003	78,89169	61,27063	64,0286	60,27907	56,19554	61,79372
F60	0	41316,3	0	0,99461	68,33922	65,7295	68,07985	89,33922	72,39617	71,50842	70,72659	67,32108	69,27354
F61	0	619,0775	0	0,799982	157,869	154,7681	159,0626	166,269	158,1014	160,9088	162,8683	158,101	161,5622
F62	1015,819	1473,889	0,68921	0,966438	76,48685	119,9068	76,2727	93,28685	125,6211	79,2727	79,39629	121,8464	77,72742
F63	538,7863	702,7449	0,766688	0,997204	80,72298	84,53767	81,16149	89,12298	87,871	83,00764	85,72226	87,87052	83,66113
F64	595,5163	730,8864	0,814786	0,99613	93,49011	109,0787	106,4501	101,1265	112,1556	108,1644	98,83234	112,6402	109,1212
F65	1,75E+37	1,23E+39	0,014179	0,995649	76,04535	75,31586	72,48687	86,54535	79,31586	74,66868	80,29365	78,14806	74,61102
F66	4,2E+57	1,25E+59	0,033703	0,985997	100,2498	97,88513	95,50784	109,5831	101,5215	97,50784	104,8853	100,9755	97,8256

F67	0	2508,222	0	0,991592	74,27305	71,85854	83,56045	91,07305	77,57283	86,56045	77,18249	73,79817	85,01517
F68	0	2389642	0	0,954582	185,4202	181,6593	179,943	190,3614	183,7646	181,143	192,4885	186,3715	183,4772
F69	101,5669	858,1205	0,11836	0,983696	112,5608	108,7233	127,6907	120,9608	112,0566	129,5368	117,5601	112,0562	130,1903
F70	0	7084,486	0	0,98593	83,65438	81,34693	83,63592	100,4544	87,06121	86,63592	86,56382	83,28655	85,09064
F71	243,4721	733,8899	0,331756	0,994661	74,39627	76,27254	83,39123	88,39627	81,27254	86,0579	77,78597	78,53234	85,08608
F72	0	714,2331	0	0,994771	67,08958	63,79517	83,01109	83,88958	69,50946	86,01109	69,99902	65,7348	84,46581
F73	0	28497,18	0	0,802951	269,7412	265,8464	264,1959	273,3934	267,4464	265,119	278,1484	271,4512	268,3995
F74	0	899421	0	0,991334	78,74817	75,63165	74,5048	92,74817	80,63165	77,17146	82,13787	77,89144	76,19964
F75	3,71E+89	1,5E+107	2,46E-18	0,998011	56,79146	53,95747	51,06445	73,59146	59,67175	54,06445	59,7009	55,8971	52,51917
F76	1,9E+110	3,2E+113	0,000605	0,995114	48,57485	45,89753	43,74707	132,5748	59,23087	49,74707	49,0515	46,2153	43,9854
F77	0	973468	0	0,983109	188,5139	184,6309	182,7468	192,0139	186,1693	183,6357	197,1178	190,3668	187,0487

In Tabelle 13 sind Werte, welche aus den optimalen Parametern berechnet worden sind, zusammengefasst. Die Ergebnisse beziehen sich auf die Literaturdaten.

Tabelle 13: Aus den optimalen Parametern berechnete Werte für alle Tiere aus Literaturquellen

Tier Nr.	n	xmin	xmax	tmax	mmaxopt	minflopt	mStrichinflopt
L01	7	26,4441592	457,148097	3789,47368	460,626424	0	Indeterminate
L02	49	89	1424	96	1364,07554	216,930513	58,35950928
L03	8	32,8	483,9	2610	504,517057	0	Indeterminate

Die optimalen Exponentenpaare aller Tiere aus empirischen Quellen werden in Abbildung 28 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass sich ein Großteil der Datenpunkte am Rand $a = 0$ bzw. $a = b$ befindet. Dies könnte darauf hindeuten, dass die Modellklasse nicht die richtige ist. Für viele Datensätze könnte eine andere Modellklasse erforderlich sein, um eine Beschreibung des Wachstums aufzuzeigen. Die optimalen Exponenten häufen sich nicht und haben somit mit den üblichen Modellen nichts zu tun.

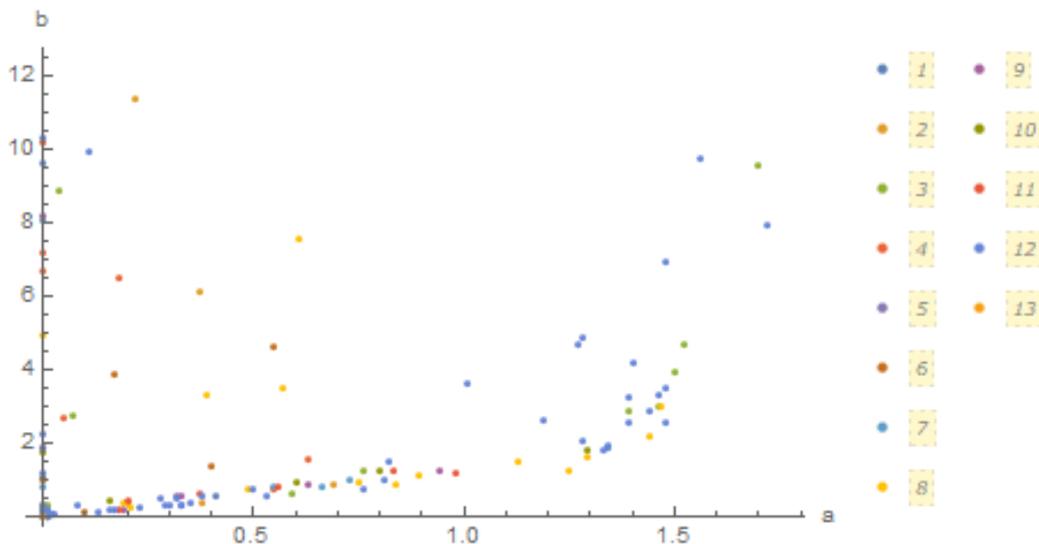


Abb. 28: Darstellung aller Exponentenpaare

Legende:

1 =zwei Kühe, Aberdeen Angus, 2 =sechs Stiere, Aberdeen Angus, 3 =13 Ochsen, Wagyu, 4 =neun weibliche Kälber, Murbodner, 5 =zwei Kühe, Murbodner, 6 =acht männliche Kälber, Murbodner, 7 =sechs Stiere, Murbodner, 8 =18 Stiere, Fleckvieh, 9 =sechs Stiere, Holstein aus neuseeländischer Zucht, 10 = sieben Stiere, Holstein aus österreichischer Lebensleistungszucht, 11 =sieben Stiere, Holstein Friesian, 12 =76 Kühe, Holstein-Schwarzbunt, 13 =eine Kuh, Braunvieh

Mithilfe des linearen Modells ($y = kx + d$), kann die tägliche Gewichtszunahme k berechnet werden. Tabelle 14 vergleicht die Gewichtszunahme von Literaturdaten mit empirischen Daten. Die Literaturdaten stammen von L01 aus dem Jahr 1992, von L02 aus dem Jahr 1928 und jene Datensätze von L03 wurden im Jahr 2015 erhoben. Aus der Tabelle kann abgelesen werden, ob eine Veränderung bzw. Entwicklung einer Rasse im Laufe der Zeit stattgefunden hat. Vergleicht man k des empirischen Datensatzes A01 mit jenen Datensätzen aus der Literatur L01 und L03, so ist eine deutliche Steigerung erkennbar. Im Jahr 1992 hat ein Tier der Rasse Angus eine tägliche Gewichtszunahme von 108,80 Gramm aufgewiesen. Diese steigerte sich bis zum Jahr 2015 auf 185,80 Gramm. Die empirischen Daten zeigen ein k von 1177,70 Gramm. Somit ist eine deutliche Zunahme des täglichen Gewichtes der Rasse Angus im Laufe der Jahre zu erkennen. Da im Kapitel 3.4. Aberdeen Angus bei den männlichen Tieren eine durchschnittliche Tagesgewichtszunahme von 1100 Gramm zu erwarten ist (ZAR, 2014) (BLE, 2020), stellt dieser Wert des Tieres A01 ein repräsentatives Ergebnis dar.

Die Datensätze L02 und F01 beziehen sich auf die Holstein Rasse. Hier ist zu erkennen, dass sich die empirische tägliche Gewichtszunahme ($k=0,6796$) im Vergleich zum Jahr 1928 ($k=0,8651$) dezimierte. Dies ist womöglich damit begründbar, dass die Holstein Rasse die größte Milchviehrasse der Welt darstellt und gezielt auf eine hohe Milchproduktion gezüchtet worden ist (ZAR, 2014). Demnach ist eine Erhöhung der Tagesgewichtszunahme im Zuchtziel nicht enthalten. Im Gegensatz dazu ist Angus eines der häufigsten Fleischrassen weltweit, bei welchen eine Gewichtszunahme angestrebt wird (ZAR, 2014). Dies wird noch einmal deutlich, wenn die tägliche Gewichtszunahme der empirischen Datensätze A01 (mit $k=1,1777$) und F01 (mit $k=0,6797$) miteinander verglichen werden.

Tabelle 14: Vergleich der täglichen Gewichtszunahme aus Literaturdaten und empirischen Daten

Tier Nr.	Rasse	Lineares Modell ($y = kx + d$)	k = tägliche Gewichtszunahme
L01	Angus	$y = 0,1088x + 261,37$	0,1088
L03	Angus	$y = 0,1858x + 163,28$	0,1858
A01	Angus	$y = 1,1777x + 37,47$	1,1777
L02	Holstein	$y = 0,8651x + 5,1516$	0,8651
F01	Holstein	$y = 0,6797x + 121,03$	0,6797

6. Diskussion

Bei den Auswertungen basierend auf dem Informationskriterium von Akaike (AIC) wurde das Modell von Bertalanffy 59 Mal als bestes Modell beschrieben, wie in Tabelle 15 abzulesen ist. In 52 Fällen erreichte das Modell von Brody die beste Anpassung und 50 Daten konnten mit dem linearen Modell bestmöglich dargestellt werden. Der korrigierte AIC_c bevorzugt bei kleinen Datensätzen $n=5,6,7$ das einfache zweiparametrische Modell. Somit ist das lineare Modell bei allen Datensätzen mit 7 Datenpunkten das Bestmögliche. Deshalb wurde in 97 von 161 Fällen die Gerade als bestes Modell beschrieben. Da es sich bei den ausgewerteten Daten hauptsächlich um Mastdaten handelt, passt das lineare Modell sehr gut. Trotzdem wird es von der Hälfte der Datensätze vom BP-Modell übertroffen, wie es in der nachfolgenden Tabelle dargestellt wird. Das Gütemaß des BIC liegt in der Bewertung der Modelle zwischen AIC und AIC_c . Sowohl der BIC als auch der AIC_c bezeichnen die Gerade als bestmöglichstes Modell.

Tabelle 15: Häufigkeit der Wahl als bestmöglichstes Modell

	AIC	AIC_c	BIC
BP	59	23	50
Brody	52	41	52
Linear	50	97	59

In der Literatur wird bereits angeführt, dass die Massenzunahme von Rindern sehr gut mit dem Wachstumsmodell von Richards beschrieben werden kann (Renner-Martin, 2015). Es wurde erwartet, dass das fünf parametrische BP-Modell noch bessere Anpassungen an die Daten liefert. Jedoch untermauerten die in der Masterarbeit verwendeten Datensätze nicht die Behauptungen aus der Literatur über die geeignete Beschreibung des Wachstumsverlaufes von Kühen mit dem Richards Modell. Das Richards Modell wird von uns nicht abgelehnt, sondern hat sich für Mastdaten nicht als das Modell der Wahl behauptet.

Es ist oft schwer möglich Literaturergebnisse mit jenen Ergebnissen aus dieser Arbeit zu vergleichen. So bringen eine unterschiedliche Wahl und Häufigkeit der verwendeten Tierkategorien oftmals starke Abweichungen. Bei uns liegt es daran, da in dieser Arbeit hauptsächlich Mastdaten verwendet wurden. Bei diesen stellt der lineare Bereich das Wichtigste dar und somit lassen sich viele verwendete Datensätze durch eine Gerade

beschreiben. Mithilfe des Richards Modells kann das Wachstum gut dargestellt werden, jedoch wird es im Mastbereich von uns nicht zum optimalen Modell erklärt.

Wie schon im Kapitel 4.7.2. Empirische Daten erwähnt, sind drei Wiegen pro Tier im Laufe eines Lebens üblich. Dessen Zeitspanne reicht in der Praxis vom Geburtsgewicht bis zum Gewicht des 365. Lebenstages (Arbeitsgemeinschaft österreichischer Fleischrinderzüchter, 2020). Diese Arbeit setzte mindestens sechs Wiegen je Tier voraus, welches zunächst eine Herausforderung darstellte. Deshalb wurde der ursprüngliche österreichische Suchbereich nach Deutschland erweitert. Somit konnte die Voraussetzung erfüllt werden und es wurden genügend Datensätze für die Auswertung erhalten. Trotzdem wurden Probleme in Bezug auf die Datenqualität festgestellt. So hat es sich gezeigt, dass es sehr schwierig ist, langfristige Daten (von Geburt eines Tieres bis ins hohe Alter) zu finden.

Unsere Forschung bestätigt, dass es kein dreiparametrisches BP-Modell gibt, das möglichst viele, der in dieser Masterarbeit verwendeten Alter-Gewichts-Datensätze von Rindern ausreichend gut beschreibt.

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1: prozentuelle Verteilung der häufigsten österreichischen Rassen	5
Abb. 2: Fleckvieh auf der Weide, Bildlizenz von pixabay.com	7
Abb. 3: Braunvieh, Bildlizenz von pixabay.com	9
Abb. 4: Murbodner auf der Weide, Bildlizenz von pixabay.com	12
Abb. 5: Angus Rinder, Bildlizenz von pixabay.com.....	14
Abb. 6: Holstein Rinder auf der Alm, Bildlizenz von pixabay.com	16
Abb. 7: Wagyu Rinder, Bildlizenz von shutterstock.com.....	17
Abb. 8: Wagyu Fleisch, das am stärksten marmorierte Rindfleisch der Welt, Bildlizenz von pixabay.com	18
Abb. 9: Linearer und exponentieller Teil der Wachstumskurve. Linkes Bild: exponentieller Abschnitt; Rechtes Bild: linearer Teil der Wachstumskurve.	22
Abb. 10: Exponenten der klassischen BP-Modelle. Drei-Parameter Modelle: Brody BP(1, 0), Bertalanffy BP(2/3, 1), West BP(3/4, 1), Gompertz BP(1, 1), Verhulst BP(1, 2). Vier- Parameter Modelle: 4-P-Bertalanffy BP(a, 1) und Richards BP(1, b). Gelb: Standardsuchbereich der fünf-Parameter BP-Modelle.	25
Abb. 11: Der Einfluss des Parameters b in den BP(0, b)-Modellen, d.h. für $a=0$ im Walford- Plot. Linkes Bild: $0 < b < 1$. Mitte: $b = 1$. Rechtes Bild: $b > 1$	25
Abb. 12: Walford-Plot der BP(a , b)-Modelle.	26
Abb. 13: Heteroskedastizität. Die Streuung in y -Richtung wächst mit dem Alter der Tiere... ..	28
Abb. 14: Optimierungsverfahren.....	30
Abb. 15: Übersicht über die verschiedenen Optimierungsphasen. Bei fixem a , wird auf der x - Achse der Exponent b und auf der y -Achse SSE dargestellt. Der optimale Exponent a $= 1.25$ ist rot umrahmt.....	34
Abb. 16: Datensatz „Stier Amos“. Nach dem ersten Suchlauf liegt das optimale Modell am oberen Rand.	35
Abb. 17: Datensatz: “Stier Amos“. Erweiterung des Suchbereichs nach oben.....	35
Abb. 18: Datensatz: „Stier Nr.13“.Optimales Modell liegt am rechten Rand des Suchbereichs. Aus Zeitgründen wurden hier nur 200 Schritte in b -Richtung gerechnet.	36
Abb. 19: Datensatz: „Stier Nr. 13“, Erweiterung des Suchbereichs nach rechts.	36
Abb. 20: Datensatz: „Stier Nr. 26“, hohe b -Werte.....	37
Abb. 21: Datensatz: „Stier Nr. 26“, frühe Sättigung.....	37
Abb. 22: Datensatz: „Stier Paul“. Benannte und optimale Modellkurven.	39
Abb. 23: Datensatz: „Stier Paul“. Optimales und fast-optimale Modelle (5%).....	40
Abb. 24: Datensatz: „Melodie“. Typische, bananenförmige Form der fast optimalen Modelle.	40
Abb. 25: Datensatz: „Esmeralda“. Optimales Modell. Keine fast optimalen Modelle mit 5%.	41
Abb. 26: Datensatz: „Ochse 12“. Der gesamte Suchbereich ist fast-optimaler Bereich.	41

Abb. 27: Datensatz „Carinthia Beefmarker“. Säulenform als fast-optimaler Bereich.	42
Abb. 28: Darstellung aller Exponentenpaare	63

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Benannte drei-Parameter Bertalanffy-Pütter Modelle mit expliziter Lösungsfunktion.	23
Tabelle 2: Benannte vier-Parameter Bertalanffy-Pütter Modelle mit expliziter Lösungsfunktion.	23
Tabelle 3: Verhältnis von Masse im Wendepunkt zu Maximalmasse der benannten drei und vier Parameter BP-Modelle.....	24
Tabelle 4: Optimale Modellparameter für <i>SSE</i> bzw. <i>SSLE</i> für zwei unterschiedliche Datensätze. Für [Bahashwan 2015] liegen die optimalen Parameter für die Minimierung von <i>SSE</i> und <i>SSLE</i> nahe beisammen. Für den Datensatz [Beltran A] sind deutliche Unterschiede in den optimalen Parametern erkennbar.....	29
Tabelle 5: Auszug aus den Alter-Gewichts-Daten des Stieres Paul.....	31
Tabelle 6: Auszug aus dem Excel-Ergebnis File für den Datensatz des Stieres Paul. Die Spalte <i>SSE</i> stellt die minimale Abweichungsquadratsumme für gegebenes <i>a</i> und <i>b</i> und optimierten Parametern <i>m₀</i> , <i>p</i> und <i>q</i> dar.....	32
Tabelle 7: Excel Datenblatt nach <i>SSE</i> sortiert.....	32
Tabelle 8: Datensatz: „Stier Paul“. Drei und vier Parameter benannte Modelle und optimales Modell.....	38
Tabelle 9: Übersicht aller Daten aus empirischen Quellen	46
Tabelle 10: Übersicht der optimalen Parameter für alle Tiere aus empirischen Datenquellen	50
Tabelle 11: Übersicht der optimalen Parameter der Literaturdaten	53
Tabelle 12: Aus den optimalen Parametern berechnete Werte und Gütemaße für alle Tiere aus empirischen Datenquellen.....	54
Tabelle 13: Aus den optimalen Parametern berechnete Werte für alle Tiere aus Literaturquellen	63
Tabelle 14: Vergleich der täglichen Gewichtszunahme aus Literaturdaten und empirischen Daten	64
Tabelle 15: Häufigkeit der Wahl als bestmöglichstes Modell	65

Literaturverzeichnis

- ABLEITINGER, C. (2008). Diskrete biomathematische Modelle im Schulunterricht – Chancen aus der Sicht der Mathematikdidaktik. Wien: Dissertation. Universität Wien.
- ARBEITSGEMEINSCHAFT ÖSTERREICHISCHER FLEISCHRINDERZÜCHTER (2020). Fleischrinder Austria. Abgerufen am 23.11.2020, von <https://www.fleischrinder.at/>.
- BAHASHWAN, S., ALRAWAS, A., S., ALFADLI, S., and JOHNSON, E., S. (2015). Dhofari cattle growth curve prediction by different non-linear model functions. *Livestock Research for Rural Development*. Volume 27, Article 236.
- BELTRAN, J., J., BUTTS, W., T., OLSON, T., A., and KOGERT, M. (2014). Growth Patterns of Two Lines of Angus Cattle Selected Using Predicted Growth Parameters. *Subtropical Agriculture Research Station*. Wniversidad Central de Venezuela. *J. Anim. Sci.* 1992. 70:734-741.
- BERTALANFFY, L. (1934). Untersuchungen über die Gesetzlichkeit des Wachstums. 1. Allgemeine Grundlagen der Theorie. *Arch.EntwMech.Org.* 131, 613-653.
- BERTALANFFY, L. (1957). Quantitative laws in metabolism and growth. *The Quarterly Review of Biology*, 32(2), S. 217-231.
- BLE - Bundesanstalt für Landwirtschaft und Ernährung (2020). Rinderrassen vorgestellt. Abgerufen am 25.11.2020, von <https://www.praxis-agrar.de/tier/rinder/rinderrassen-vorgestellt/>.
- BMLRT - Bundesministerium für Landwirtschaft, Regionen und Tourismus (2020a). Grüner Bericht 2020: Die Situation der österreichischen Land- und Forstwirtschaft. Wien: Selbstverlag.
- BMLRT - Bundesministerium für Landwirtschaft, Regionen und Tourismus (2020b). Rindfleisch. Abgerufen am 15.12.2020, von <https://www.bmlrt.gv.at/land/lebensmittel/trad-lebensmittel/Fleisch/Rind.html>.
- BRADE, W., und BRADE, E. (2013). Zuchtgeschichte der Deutschen Holsteinrinder. *Berichte über Landwirtschaft* 91:1–41.
- BRUNNER, N., and KÜHLEITNER, M. (2020). The growth of domestic goats and sheep. A meta study with BertalanffyPütter models. *Veterinary and Animal Science* 10. 100135. <https://doi.org/10.1016/j.vas.2020.100135>.
- BRUNNER, N., KÜHLEITNER, M., NOWAK, W., G., RENNER-MARTIN, K., and SCHEICHER, K. (2018). Optimal and near-optimal exponent-pairs for the Bertalanffy-Pütter growth model. *PeerJ* 6: e5973. pmid:30505634.

- BRUNNER, N., KÜHLEITNER, M., NOWAK, W., G., RENNER-MARTIN, K., and SCHEICHER, K. (2019a). Best-fitting growth curves of the von Bertalanffy-Pütter type. *Poultry Science*, to appear, DOI: 10.3382/ps/pez122.
- BRUNNER, N., KÜHLEITNER, M., NOWAK, W., G., RENNER-MARTIN, K., and SCHEICHER, K. (2019b). Comparing growth patterns of three species: Similarities and differences. *PLoS ONE* 14; published online DOI: 10.1371/journal.pone.0224168.
- DRACK, M. (2015). Ludwig von Bertalanffy's organismic view on the theory of evolution. *J. Exp. Zool. (Mol. Dev. Evol.)* 324B:77–90.
- ECK, C., GARCKE, H., and KNABNER, P. (2017). *Mathematische Modellierung*. 3.Auflage. BerlinHeidelberg: Springer.
- ESPE, D., L., CANNON, C., Y., and HANSEN, E., N. (1932). Normal Growth in Dairy Cattle. *Research Bulletin No. 154*.
- GOLDBERG, V., and RAVAGNOLO, O. (2015). Description of the growth curve for Angus pasture-fed cows under extensive systems. *J. Anim. Sci.* 2015.93:4285–4290 doi:10.2527/jas2015-9208.
- KIRCHGESSNER, M., EDER, K., ROTH, F.X., SCHWARZ, F.J., STANGL, G.I., und SÜDEKUM, K. (2014). *Tierernährung*. Frankfurt am Main: DLG.
- KRÜGER, F. (1964). Neuere mathematische Formulierungen der biologischen Temperaturfunktion und des Wachstums. *Helgoländer wiss. Meeresunters.* 9, 108–124.
- KRÜGER, F. (1965). Zur Mathematik des tierischen Wachstums. I. Grundlagen einer neuen Wachstumfunktion. *Helgoländer wiss. Meeresunters.* 25, 509-550.
- KRÜGER, F. (1967). Bertalanffy-Funktion und Ford-Walford-Formel. *Helgoländer Wiss. Meeresunters* 16, 193–206. <https://doi.org/10.1007/BF01611703>.
- KRÜGER, F. (1973). Zur Mathematik des tierischen Wachstums. 2. Vergleich einiger Wachstumfunktionen. *Helgoländer wiss. Meeresunters.* 31, 499-526.
- KÜHLEITNER, M. (2013a). Masterarbeit-Übersicht. In: *Skriptum zur Lehrveranstaltung Mathematik für Agrarwissenschaften*, Universität für Bodenkultur Wien.
- KÜHLEITNER, M. (2013b). Mastervorlesung. In: *Skriptum zur Lehrveranstaltung Mathematik*, Universität für Bodenkultur Wien.
- MOTA, R., R., MARQUES, L., F., A., LOPES, P., S., DA SILVA, L., P., HIDALGO, A., M., LEITE, C., D., S., and TORRES, R., A. (2013). Random regression models in the evaluation of the growth curve of Simbrasil beef cattle. *Genet. Mol. Res.* 12 (1): 528-536.

- NEŠETŘILOVÁ, H. (2005). Multiphasic growth models for cattle. Czech J. Anim. Sci., 50, 2005 (8): 347–354.
- ÖKL - Österreichisches Kuratorium für Landtechnik und Landentwicklung (2019). Seltene Nutztierassen – Handbuch der Vielfalt. 4.Auflage. Wien.
- PARKS, J., R. (1982). A Theory of Feeding and Growth of Animals. DOI: 10.1007/978-3-642-68330-5.
- REINHOLD, N. (2013). Altersabhängige Modellierung des Entwicklungsverlaufes ausgewählter Wachstumsmerkmale weiblicher Jungrinder und deren Zusammenhang zum Pubertätseintritt. Halle: Dissertation, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg.
- RENNER-MARTIN, K. (2015). Vergleich von Gewichtszunahme-Modellen bei Tieren mit Hilfe des Informationskriteriums von Akaike. Wien: Masterarbeit, Institut für Mathematik, Universität für Bodenkultur Wien.
- STEINWIDDER, A. (2020a). Qualitätsrindermast im Grünland. In: Skriptum zur Lehrveranstaltung Grünlandbasierte Rinderproduktionssysteme, Universität für Bodenkultur Wien.
- STEINWIDDER, A. (2020b). Rinderhaltung weltweit. In: Skriptum zur Lehrveranstaltung Grünlandbasierte Rinderproduktionssysteme, Universität für Bodenkultur Wien.
- STEINWIDDER, A. (2020c). Weide-und grünlandbasierte Rinderproduktionssysteme. In: Skriptum zur Lehrveranstaltung Grünlandbasierte Rinderproduktionssysteme, Universität für Bodenkultur Wien.
- WAGYUHOFF GMBH (o.D.). Wagyu-Rind. Abgerufen am 24.11.2020, von <https://wagyu-oesterreich.at/wagyu-rind/>.
- ZAR - Zentrale Arbeitsgemeinschaft Österreichischer Rinderzüchter (2014). Rinderzucht in Österreich. Abgerufen am 29.09.2020, von <https://zar.at/Rinderzucht-in-Oesterreich.html>.

Anhang

Mathematica Code

```
ClearAll["Global`*"];
Clear[myPutAppend];
myPutAppend[expr_,pathtofile_String]:=(Write[#,expr];Close[#];)&[OpenAppend[pathtofile,PageWidth->Infinity]];
numFormat[y_]:=ToString@NumberForm[y,{100,100},ExponentFunction->(If[-100<#<30,Null,#]&)];
SetDirectory[NotebookDirectory[]];SetOptions[OpenAppend,PageWidth->Infinity];
name=FileName[NotebookFileName[]];

datinput
={{1,52},{20,88},{27,104},{40,124},{55,148},{63,159},{68,167},{76,178},{84,191},{91,203},{104,224},{112,239},{
126,261},{133,274},{140,281},{147,294},{161,308},{168,316},{182,337},{189,353},{200,377},{215,281}};

n=Length[datinput];age=datinput[[All,1]];mass=datinput[[All,2]];
tmin=Min[age];tmax=Max[age];xmin=Min[mass];xmax=Max[mass];

f[m_,p_,q_,a_,b_]:=p m^a(1-q m^b);id[x_]=x;

ssqr[a_,b_,c_,p_,q_]:=Module[{sol},
  sol=NSolve[{g'[t]==f[g[t],p,q,a,b],g[tmin]==c},g,{t,tmin,tmax},Method->"BDF"][[1,1,2]];
  Plus@@((id[mass]-id[sol[#]&/@age])^2)
];

For[j=0,j<=130,j++,
  a=0.01*j;b=0.01;
  {c,p,q}={xmin,1,1};{amin,bmin}={a,b};
  ssr=ssqr[amin,bmin,c,p,q];{cmin,pmin,qmin,ssrmin}={c,p,q,ssr};
  s=0.05;p0=0.1;L={};
  While[Length[L]<=1000,
    {cc,pc,qc}=RandomReal[{1-s,1+s},3]{c,p,q};
    ssrsrc=ssqr[a,b,cc,pc,qc];
    If[ssrsrc>ssr,AppendTo[L,ssrsrc-ssr]];
  ];
  T0=-Quantile[L,p0]/Log[p0];T=T0;
  L={};LL={};TT={};

Do[
  If[Mod[i,1000]==0,
    T*=Min[0.95,Quantile[L,0.25]/Quantile[L,0.5]];
    AppendTo[TT,T];
    L={};
    {c,p,q,ssr}={cmin,pmin,qmin,ssrmin}
  ];

  {cc,pc,qc}=RandomReal[{1-s,1+s},3]{c,p,q};
  ssrsrc=ssqr[amin,bmin,cc,pc,qc];

  If[Log[RandomReal[]]<(ssr-ssrsrc)/T,{c,p,q,ssr}={cc,pc,qc,ssrsrc}];
  If[ssr<ssrmin,{cmin,pmin,qmin,ssrmin}={c,p,q,ssr}];
  AppendTo[L,ssr];AppendTo[LL,ssr];
  {i,1,50000}
];

myPutAppend[Map[numFormat,{amin,amin+bmin,cmin,pmin,pmin*qmin,ssrmin}],ToString[name]<>".csv"];

For[k=1,k<=300,k++,
  b=0.01*k;
  {c,p,q}={cmin,pmin,qmin};{amin,bmin}={a,b};
  ssr=ssqr[amin,bmin,c,p,q];{cmin,pmin,qmin,ssrmin}={c,p,q,ssr};
```

```

s=0.01;p0=0.1;L={};
While[Length[L]<=1000,
{cc,pc,qc}=RandomReal[{{1-s,1+s},3},{c,p,q};
ssrc=ssqr[a,b,cc,pc,qc];
If[ssrc>ssr,AppendTo[L,ssrc-ssr]
];
T0=-Quantile[L,p0]/Log[p0];T=T0;
L={};LL={};TT={};

Do[
If[Mod[i,1000]==0,
T*=Min[0.95,Quantile[L,0.25]/Quantile[L,0.5]];
AppendTo[TT,T];
L={};
{c,p,q,ssr}={cmin,pmin,qmin,ssrmin}
];

{cc,pc,qc}=RandomReal[{{1-s,1+s},3},{c,p,q};
ssrc=ssqr[amin,bmin,cc,pc,qc];

If[Log[RandomReal[.]]<(ssr-ssrc)/T,{c,p,q,ssr}={cc,pc,qc,ssrc}];
If[ssr<ssrmin,{cmin,pmin,qmin,ssrmin}={c,p,q,ssr}];
AppendTo[L,ssr];AppendTo[LL,ssr];
{i,1,1000}
]

```

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre eidesstattlich, dass ich die vorliegende Arbeit mit dem Titel „Optimale Wachstumsmodelle vom Typ Bertalanffy-Pütter für Rinder“ selbständig angefertigt habe. Es wurden keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt. Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Formulierungen und Gedanken sind als solche kenntlich gemacht. Diese schriftliche Arbeit wurde noch an keiner Stelle vorgelegt.

Ort, Datum

Unterschrift